



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
شورای عالی برنامه ریزی آموزشی



برنامه درسی رشته

ریاضیات و کاربردها

Mathematics and Applications

مقطع کارشناسی ارشد ناپیوسته



کرایش

ریاضیات تصادفی

Random Mathematics



گروه علوم پایه
پیشنهادی کارگروه تخصصی علوم ریاضی

بیت

عنوان گرایش: ریاضیات تصادفی

نام رشته: ریاضیات و کاربردها

دوره تحصیلی: کارشناسی ارشد ناپیوسته

گروه تحصیلی: علوم پایه

نوع مصوبه: بازنگری

زیر گروه تحصیلی: علوم ریاضی

تاریخ تصویب: ۱۴۰۲/۰۴/۱۲

پیشنهادی: کار گروه تخصصی علوم ریاضی

برنامه درسی بازنگری شده دوره کارشناسی ارشد ناپیوسته رشته ریاضیات و کاربردها گرایش ریاضیات تصادفی، در جلسه شماره ۱۷۱ تاریخ ۱۴۰۲/۰۴/۱۲ کمیسیون برنامه ریزی درسی، محتوا و سرفصل رشته های تحصیلی به شرح زیر تصویب شد:

ماده یک- این برنامه درسی برای دانشجویانی که پس از تصویب این برنامه درسی در دانشگاه ها و موسسات آموزش عالی پذیرفته می شوند، قابل اجرا است.

ماده دو- این برنامه درسی، جایگزین برنامه درسی رشته ریاضیات و کاربردها گرایش ریاضیات تصادفی مصوب جلسه ۸۸۷ تاریخ ۱۳۹۶/۰۹/۰۴ شورای عالی برنامه ریزی آموزشی می شود.

ماده سه- این برنامه درسی در سه فصل: مشخصات کلی، جدول های واحدهای درسی و سرفصل دروس تنظیم شده است و برای اجرا در دانشگاه ها و موسسات آموزش عالی پس از اخذ مجوز پذیرش دانشجو از شورای گسترش آموزش عالی و سایر ضوابط و مقررات مصوب وزارت علوم، تحقیقات و فناوری، ابلاغ می شود.

ماده چهار- این برنامه درسی از شروع سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ به مدت ۵ سال قابل اجرا است و پس از آن، در صورت تشخیص کارگروه تخصصی مربوطه، نیاز به بازنگری دارد.

دکتر قاسم عموعابدینی
معاون آموزشی و رئیس کمیسیون



دکتر رضا نقی زاده
مدیر کل دفتر برنامه ریزی آموزش عالی
و دبیر کمیسیون





جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
شورای عالی برنامه‌ریزی
گروه علوم پایه
کمیته تخصصی علوم ریاضی

برنامه آموزشی دوره کارشناسی ارشد ریاضیات و کاربردها
گرایش ریاضیات تصادفی



فصل اول

**مشخصات دوره کارشناسی ارشد ریاضیات و
کاربردها گرایش ریاضیات تصادفی**



مقدمه

با نگاه به تحقیقات افرادی که مدال فیلدز را در زمینه ریاضیات تصادفی از سال ۲۰۰۶ تاکنون به دست آورده‌اند، مشاهده می‌شود که این جایزه عموماً به تحقیقاتی تعلق گرفته است که تجلی ریاضیات مفهومی و به شدت تلفیقی و بین‌رشته‌ای هستند. این جایزه به دلیل تلفیق نظریه احتمال، فرایندهای تصادفی و آنالیز تصادفی با نظریه نمایش، هندسه جبری و توابع خاص، هندسه دو بعدی حرکت بروانی، آنالیز مختلط، آنالیز هارمونیک، معادلات دیفرانسیل پاره‌ای، ترکیبیات جبری و هندسی، نظریه تحلیلی اعداد، سیستم‌های دینامیکی و معادلات دیفرانسیل پاره‌ای تصادفی، به این محققان تعلق گرفته است. این فقط قسمتی از مهمترین تحقیقات یک دهه اخیر در زمینه نظریه ریاضیات تصادفی است که حوزه معرفتی مهمی در ریاضی امروز است (به قول دیوید مامفورد در آغاز قرن بیست و یکم: «ما در آستانه عصر تصادفی قرار داریم»). این حوزه نقش مهم و تاثیرگذاری در دیگر حوزه‌های ریاضی مانند معادلات دیفرانسیل پاره‌ای، آنالیز ریاضی، ترکیبیات، هندسه جبری و نظریه اعداد دارد. این زمینه، پایه علم آمار نیز می‌باشد. ریاضیات تصادفی همچنین یک علم کاربردی است با کاربردهای بسیار مهم در مکانیک آماری، زیست‌ریاضی، ریاضیات مالی و مهندسی مالی، علوم کامپیوتر، آنالیز عددی و محاسبات علمی، مخابرات و دیگر رشته‌های علوم و مهندسی. ریاضیات تصادفی به مطالعه مدل ریاضی پدیده‌های تصادفی می‌پردازد و یا گاهی تعبیری تصادفی از مدل‌های ریاضی تعیینی ارائه می‌دهد.

تعریف

دوره کارشناسی ارشد ریاضیات و کاربردها (گرایش ریاضیات تصادفی)، یکی از دوره‌های آموزشی و پژوهشی در سطح تحصیلات تکمیلی در نظام آموزش عالی کشور است که پس از دوره کارشناسی آغاز و به اعطای مدرک رسمی دانشگاهی در مقطع کارشناسی ارشد در رشته ریاضی و کاربردها (گرایش ریاضیات تصادفی) می‌انجامد و از نظر اجرایی تابع ضوابط، مقررات و آیین‌نامه‌های مصوب شورای برنامه‌ریزی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری است.

اهداف

در اجرای دوره کارشناسی ارشد ریاضیات و کاربردها (گرایش ریاضیات تصادفی) اهداف زیر دنبال می‌شود:

تربیت نیروی کارآمد در:

- یافتن مدل‌های ریاضی برای پدیده‌های تصادفی؛
- پژوهش در مبانی نظری بخش‌های گوناگون ریاضیات تصادفی به‌ویژه در ترکیب با ابزارهای سایر بخش‌های ریاضیات مانند نظریه معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی؛
- ایجاد پل ارتباطی بین ریاضیات تصادفی با دیگر رشته‌های و شاخه‌های ریاضی؛
- ایجاد پل ارتباطی بین ریاضیات تصادفی با دیگر علوم مانند زیست‌شناسی و ژنتیک، مالی و اقتصاد، مدیریت، فیزیک و مهندسی علوم داده‌ها.



نقش و توانایی

دانش‌آموختگان دوره کارشناسی ارشد ریاضیات تصادفی می‌توانند:

- به انجام پژوهش‌های بنیادی و کاربردی در خود ریاضیات تصادفی و ارتباط آن با دیگر رشته‌های ریاضی بپردازد.
- به انجام پژوهش‌های بنیادی و کاربردی در مدل‌سازی ریاضی برای پدیده‌های تصادفی در علوم زیست‌شناسی، اقتصاد، مالی، فیزیک، علوم کامپیوتر بپردازد.
- از ابزار آنالیز عددی و محاسبات علمی برای شناخت و توصیف پدیده‌های تصادفی استفاده کند.
- از ابزارهای آماری به‌منظور طراحی و تحلیل مدل‌های به‌کار رفته در شبیه‌سازی پدیده‌های تصادفی استفاده کند.

ضرورت و اهمیت

چندین دهه است که با پیشرفت علوم گوناگون، مشخص شده است که مدل‌های واقعی پدیده‌های طبیعی، آن‌هایی هستند که نقش عوامل تصادفی را نیز در نظر می‌گیرند. به همین دلیل، بخش‌ها و شاخه‌های گوناگون ریاضیات که دانش مدل‌سازی پدیده‌های طبیعی و مطالعه آنها است، به‌شدت با مطالعه مدل‌های نظری و عددی تصادفی درآمیخته شده‌اند. از این‌رو شناخت ریاضیات تصادفی می‌تواند دانشجو را با دنیای پژوهشی وسیعی روبه‌ور سازد که هم به لحاظ نظری از زیبایی و کارایی برخوردار است و هم از جنبه کاربردی، گستره وسیعی از مباحث را هم در خود ریاضیات و هم بیرون از آن، در بر می‌گیرد.

کلیات برنامه

عنوان دوره: کارشناسی ارشد ریاضیات و کاربردها - گرایش ریاضیات تصادفی.

شرط ورود: دارا بودن مدرک کارشناسی در یکی از رشته‌های مجموعه علوم ریاضی، فیزیک و یا مهندسی.

آزمون ورودی: آزمون ورودی مطابق برنامه کنکور سراسری کارشناسی ارشد که توسط سازمان سنجش برگزار می‌گردد می‌باشد و مواد آزمون عمومی، مشترک و تخصصی این گرایش مطابق جدول مواد درسی و ضرایب مربوطه که همه ساله توسط کارگروه برنامه ریزی علوم ریاضی وزارت تعیین و به سازمان سنجش اعلام می‌گردد خواهد بود.

مقررات عمومی: کلیه دانشگاه‌هایی که قبلاً مجوز اجرای رشته ریاضیات و کاربردها گرایش ریاضیات تصادفی را اخذ کرده‌اند و پذیرش دانشجو داشته‌اند کماکان می‌توانند به همان شیوه پیشین به اجرای این برنامه مبادرت نمایند. سایر دانشگاه‌ها باید نسبت به مجوز این رشته از دفتر گسترش وزارت علوم اقدام نمایند



طول دوره و شکل نظام

مطابق با آیین‌نامه جاری دوره کارشناسی ارشد وزارت عتف است.

تعداد و نوع واحدهای درسی

توزیع واحدها

نوع دروس	تعداد واحد
دروس تخصصی	۸
دروس اختیاری	۱۶ - ۱۳
سمینار	۲
پایان‌نامه	۶
جمع	۳۲ - ۲۹

نحوه انتخاب درس ها

تعداد واحدهای درسی دوره کارشناسی ارشد ریاضیات و کاربردها گرایش ریاضیات تصادفی حداقل ۲۹ واحد و حداکثر ۳۲ واحد به قرار زیر است:

دروس های تخصصی: ۸ واحد، شامل ۲ درس به صورت زیر است:

- انتخاب درس اول از جدول درس اصلی تخصصی (سرشاخه) گرایش ریاضیات تصادفی (جدول شماره ۱).
- انتخاب درس دوم از جدول دروس تخصصی (جدول شماره ۲)

دروس های اختیاری: شامل ۴ درس به صورت زیر است:

- انتخاب حداقل ۲ درس از جدول درس های اختیاری گرایش ریاضیات تصادفی (جدول شماره ۳)

سایر درس های باقیمانده اختیاری با نظر استاد راهنما می تواند به روش های زیر انتخاب شود:



- از دروس اخذ نشده جداول شماره های ۲ و ۳
- از دروس تخصصی یا اختیاری سایر گرایش های کارشناسی ارشد رشته های ریاضیات و کاربردها ، ریاضی کاربردی و یا رشته های مرتبط با نظر استاد راهنما و گروه
- از دروس دوره دکتری ریاضی زیربرنامه ریاضیات تصادفی

سمینار: ۲ واحد

پایان نامه: ۶ واحد

تبصره ۱: اخذ درس سمینار و پایان نامه در نیمسال اول تحصیلی مجاز نیست. برای اخذ درس سمینار نیاز به گذراندن دست کم ۸ واحد درسی و برای اخذ پایان نامه دست کم ۱۲ واحد (که شامل درس های الزامی باشد) و موافقت گروه الزامی است.

تبصره ۲: دانشجویان دوره کارشناسی ارشد ریاضیات و کاربردها گرایش ریاضیات تصادفی با اخذ دست کم ۶ واحد تمام وقت محسوب می شوند.

تبصره ۳: دانشجو در طول تحصیل خود نمی تواند بیش از یک درس با عنوان مباحث ویژه اختیار کند.

تبصره ۴: گذراندن دروس پیش نیاز برای دانشجویانی که این دروس را در دوره کارشناسی نگذرانده اند با موافقت گروه و دانشکده بر اساس مقررات دانشگاه بلامانع است.

تبصره ۵: دروس تخصصی می توانند همزمان با ارایه درس دارای کلاس حل تمرین باشند. برای سایر دروس بر اساس نیاز و صلاحدید و موافقت گروه ، ارایه کلاس حل تمرین بلامانع است.

تبصره ۶: گروههای مجری می توانند حداکثر یک درس جدید را به عنوان درس اختیاری مطابق با روال جاری دانشگاه مصوب و به جدول شماره ۳ اضافه نمایند. البته لازم است معاون آموزشی دانشگاه درس مربوطه به همراه سرفصل را حداکثر یک ماه پس از تصویب به کارگروه برنامه ریزی وزارت اعلام نماید.



فصل دوم

جدول‌های دروس



جدول شماره ۱: درس اصلی تخصصی (سرشاخه) گرایش ریاضیات تصادفی

شماره درس	نام درس	تعداد واحد	ساعت			پیشنیاز	هم نیاز
			جمع	نظری	عملی		
۱	آشنایی با آنالیز تصادفی	۴	۶۴	۶۴		مبانی آنالیز ریاضی (کارشناسی)	

جدول شماره ۲: درس‌های تخصصی گرایش ریاضیات تصادفی

شماره درس	نام درس	تعداد واحد	ساعت			پیشنیاز	هم نیاز
			جمع	نظری	عملی		
۱	نظریه احتمال	۴	۶۴	۶۴		مبانی آنالیز ریاضی (کارشناسی)	
۲	فرآیندهای تصادفی کاربردی	۴	۶۴	۶۴		احتمال ۱ (کارشناسی)	

جدول شماره ۳: درس‌های اختیاری گرایش ریاضیات تصادفی

نام درس		ساعت	پیشنیاز	هم نیاز
---------	--	------	---------	---------



شماره درس		تعداد واحد	جمع	نظری	عملی	
۱	انتگرال تصادفی ایتو	۴	۶۴	۶۴		آشنایی با آنالیز تصادفی
۲	نظریه معادلات دیفرانسیل تصادفی	۴	۶۴	۶۴		انتگرال تصادفی ایتو
۳	روش های عددی در معادلات دیفرانسیل تصادفی	۴	۶۴	۶۴		نظریه معادلات دیفرانسیل تصادفی/همیناز
۴	کنترل بهینه تصادفی	۴	۶۴	۶۴		نظریه معادلات دیفرانسیل تصادفی/همیناز
۵	فرآیند پخش	۴	۶۴	۶۴		نظریه معادلات دیفرانسیل تصادفی
۶	فرآیندهای تصادفی پایدار	۴	۶۴	۶۴		نظریه احتمال
۷	آنالیز تصادفی کسری	۴	۶۴	۶۴		آشنایی با آنالیز تصادفی
۸	نظریه ریاضی بازی ها	۴	۶۴	۶۴		نظریه احتمال
۹	گراف های تصادفی	۴	۶۴	۶۴		نظریه احتمال
۱۰	شبیه سازی تصادفی	۴	۶۴	۶۴		فرآیندهای تصادفی کاربردی
۱۱	ماتریس های تصادفی	۴	۶۴	۶۴		نظریه احتمال
۱۲	فرآیند لوی	۴	۶۴	۶۴		انتگرال تصادفی ایتو
۱۳	مباحث ویژه در ریاضیات تصادفی	۴	۶۴	۶۴		اجازه گروه



فصل سوم

سرفصل درس های دوره

کارشناسی ارشد ریاضیات و کاربردها گرایش

ریاضیات تصادفی



عنوان درس		فارسی		آشنایی با آنالیز تصادفی								
		انگلیسی		Introduction to Stochastic Analysis								
نوع واحد										تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز
پایه نظری		اصلی		تخصصی		اختیاری		۴	۶۴			
				نظری	عملی	نظری	عملی					
		آموزش تکمیلی عملی:								دارد □	ندارد ■	
		سفر علمی:								دارد □	ندارد ■	
		کارگاه:								دارد □	ندارد ■	
		آزمایشگاه:								دارد □	ندارد ■	
		سمینار:								دارد □	ندارد ■	
		حل تمرین: دارد (۹۰ دقیقه هر هفته)								نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		

هدف: هدف این درس، آشنایی دانشجویان با فضاهای احتمال و امید ریاضی به طور گذرا، حرکت براونی و ویژگی‌های مقدماتی آن، شیوه تعریف انتگرال تصادفی وینر و ایتو نسبت به حرکت براونی و ویژگی‌های آن و نیز مشاهده برخی از انواع ساده معادلات دیفرانسیل تصادفی است. در این مسیر از برخی مفاهیم مربوط به مارتینگل‌های زمان-گسسته و زمان-پیوسته تا اندازه‌ای که برای درک ویژگی‌های مقدماتی حرکت براونی و انتگرال تصادفی لازم باشد، استفاده خواهد شد.

سرفصل درس: پدیده‌های تصادفی، آزمایش تصادفی، فضای نمونه‌ای، پیشامد، سیگمایدان پیشامدها، سیگمایدان تولیدشده، سیگمایدان بُل، اندازه احتمال، متغیرهای تصادفی، اندازه احتمال وابسته به متغیر تصادفی، تابع توزیع و ویژگی‌های آن، همگرایی قریب به یقین، همگرایی در احتمال، متغیرهای تصادفی گسسته، یادآوری تابع جرم احتمال و انواع متغیرهای تصادفی گسسته، متغیرهای تصادفی نامنفی، امید ریاضی متغیرهای تصادفی گسسته و نامنفی، قضیه همگرایی یکنوا و نتایج آن، توابع انتگرال‌پذیر، تعریف امید ریاضی در حالت کلی، قضیه همگرایی تسلطی لبگ و نتایج آن، یادآوری تابع چگالی احتمال و انواع متغیرهای تصادفی پیوسته، معرفی فضاهای L^p ، همگرایی در L^p ، گشتاورهای متغیرهای تصادفی و واریانس، احتمال شرطی، پیشامدهای مستقل، متغیرهای تصادفی مستقل، امید شرطی نسبت به متغیر تصادفی، امید شرطی نسبت به سیگمایدان، ویژگی‌های امید شرطی، تعریف فرآیندهای تصادفی زمان-پیوسته، تعریف و ویژگی‌های مقدماتی مارتینگل زمان-پیوسته، تعریف حرکت براونی، ویژگی نمونه‌های حرکت براونی، چند ویژگی مقدماتی مسیرهای حرکت براونی، مارتینگل‌های وابسته به حرکت براونی، انتگرال تصادفی وینر و ویژگی‌های آن با تأکید بر روش جزء به جزء، انتگرال تصادفی ایتو برای فرآیندهای تصادفی ساده، ایزومتري ایتو، انتگرال تصادفی ایتو برای L^2 -فرآیندهای تصادفی، دیفرانسیل تصادفی و فرمول ایتو یک بُعدی، برخی کاربردهای فرمول ایتو همراه با مثال، آشنایی با برخی نمونه‌های ساده از معادلات دیفرانسیل تصادفی.

مراجع :

Brezezniak, Z., Zastawniak, T., *Basic Stochastic Processes*, Springer-Verlag, Berlin, 4th printing, ۲۰۰۲.



- ۲- Kopp, Ekkehard, *From Measures to Ito Integral*, Cambridge University Press, New York, ۲۰۱۱.
- ۳- Ross, Sheldon, M., Pekoz, E. A., *Second Course on Probability*, Boston, ۲۰۰۷.
- ۴- Walsh, J., *Knowing the Odds*, American Mathematical Society, ۲۰۱۲.



عنوان درس		فارسی	نظریه احتمال	
		انگلیسی	Probability Theory	
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز
پایه	اصلی	تخصصی		اختیاری
		نظری	عملی	
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری
آموزش تکمیلی عملی: ☐ دارد ☒ ندارد				
سفر علمی: ☐ دارد ☒ ندارد				
کارگاه: ☐ دارد ☒ ندارد				
آزمایشگاه: ☐ دارد ☒ ندارد				
سمینار: ☐ دارد ☒ ندارد				
حل تمرین: دارد (۹۰ دقیقه هر هفته)				
نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد				

هدف: هدف این درس، آشنایی دانشجویان با مطالب پیشرفته‌تر در نظریه احتمال شامل قانون‌های اعداد بزرگ، انواع همگرایی دنباله متغیرهای تصادفی، قضیه‌های حد مرکزی و مارتینگل‌های زمان-گسسته و زمان‌های توقف گسسته است.

سرفصل درس: پدیده‌های تصادفی، پیشامد، تعریف مقدماتی احتمال، قوانین احتمال، نمونه‌هایی از فضاهای احتمال، بیان ضرورت توسعه مفهوم پیشامد و احتمال، سیگمایدان، اندازه لبگ، خواص اندازه لبگ و وجود مجموعه اندازه‌ناپذیر، اندازه مجرد و ویژگی‌های آن، اندازه احتمال، روش‌های توسیع اندازه، متغیرهای تصادفی (تابع اندازه‌پذیر)، اندازه احتمال وابسته به متغیر تصادفی، تابع توزیع و ویژگی‌های آن، متغیرهای تصادفی ساده و گسسته، متغیرهای تصادفی نامنفی و تقریب با متغیرهای تصادفی ساده، تابع جرم احتمال و انواع متغیرهای تصادفی گسسته، همگرایی قریب به یقین، همگرایی در احتمال، امید ریاضی (انتگرال) متغیرهای تصادفی ساده، امید ریاضی متغیرهای تصادفی نامنفی، قضیه همگرایی یکنوا و نتایج آن، توابع انتگرال‌پذیر، لم فاتو، قضیه همگرایی تسلطی لبگ و نتایج آن، انتگرال لبگ-استیلتیس، تابع چگالی احتمال و انواع متغیرهای تصادفی پیوسته، معرفی فضاهای L^p ، همگرایی در L^p ، گشتاورهای متغیرهای تصادفی و واریانس، سیگمایدان حاصل ضربی، اندازه حاصل ضربی، انتگرال دوگانه و قضیه فوبینی، بردارهای تصادفی و تابع توزیع چندمتغیره، کوواریانس، احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل، متغیرهای تصادفی مستقل، دنباله متغیرهای تصادفی مستقل هم‌توزیع، قانون‌های صفر-یک کلموگروف و دیگران، قانون ضعیف اعداد بزرگ، قانون‌های قوی اعداد بزرگ، تابع مشخصه و ویژگی‌های آن، تابع مولد گشتاور، یکتایی و قضیه وارون برای تابع مشخصه، قضیه پیوستگی لوی، همگرایی ضعیف، قضیه‌های حد مرکزی، قضیه لیاپانف، آرایه‌های مثلثی و قضیه لیندبرگ، قضیه رادن-نیکودیم، امید شرطی و احتمال شرطی، ویژگی‌های امید شرطی، احتمال شرطی منظم، تعریف فرآیند تصادفی زمان-گسسته، ساختن دنباله متغیرهای تصادفی مستقل هم‌توزیع، پالایه زمان-گسسته، مارتینگل زمان-گسسته، فرآیندهای صعودی زمان-گسسته، قضیه تجزیه دوب، زمان‌های توقف گسسته، قضیه توقف اختیاری، قضیه نمونه‌گیری اختیاری، نامساوی‌های مارتینگلی دوب، نامساوی بالاگذر، انتگرال‌پذیری یکنواخت و قضیه‌های همگرایی مارتینگلی دوب، کاربرد در قضیه رادن-نیکودیم، کاربرد در قضیه حد مرکزی، مارتینگل‌های زمان-معکوس، همگرایی مارتینگل‌های زمان-معکوس.



مراجع :

- ١- Billingsley, P., *Probability and Measure*, Anniversary edition, Wiley & Sons, ٢٠١٢.
- ٢-Bremaud, P., *Probability Theory and Stochastic Processes*, Springer-Verlag, Switzerland, ٢٠٢٠.
- ٢- Chung, K. L., *A course in Probability Theory*, ٣rd edition. Academic Press, ٢٠٠٠.
- ٣- Durrett, R., *Probability: Theory and Examples*. ٤th edition. Cambridge University Press, ٢٠١٠.
- ٤- Dudley, R., *Real Analysis and Probability*, ٢nd edition. Cambridge University Press, ٢٠٠٢.
- ٦- Kallenberg, O., *Foundations of Modern Probability*, ٢nd edition, Springer-Verlag, ٢٠٠٢.
- ٧- Resnick, S. I., *A Probability Path*, Birkhauser, Boston, ٢٠١٤.



عنوان درس		فارسی		انتگرال تصادفی ایتو						
		انگلیسی		Ito Stochastic Integral						
نوع واحد				تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز				
پایه	اختیاری		تخصصی		اصلی		نظری		عملی	
	آموزش تکمیلی عملی:		دارد □		ندارد ■					
	سفر علمی:		دارد □		ندارد ■					
	کارگاه:		دارد □		ندارد ■					
	آزمایشگاه:		دارد □		ندارد ■					
	سمینار:		دارد □		ندارد ■					
	حل تمرین: دارد (۹۰ دقیقه هر هفته)		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد							

هدف: هدف این درس، آشنایی دانشجویان با حرکت براونی و ویژگی‌های گوناگون مسیرهای آن، شیوه تعریف انتگرال تصادفی ایتو نسبت به حرکت براونی و ویژگی‌های آن و نیز مطالعه معادلات دیفرانسیل تصادفی و قضیه وجود و یکتایی جواب‌های آنها است. به این منظور، لازم است نخست کلیاتی درباره فرآیندهای تصادفی به‌ویژه درباره اندازه‌پذیری و پیوستگی آنها ذکر شود.

سرفصل درس: تعریف فرآیندهای تصادفی زمان-پیوسته، مسیرهای نمونه‌ای یک فرآیند تصادفی، فرآیندهای تصادفی پیوسته، فرآیندهای تصادفی پیش‌بینی‌پذیر، فرآیندهای تصادفی کدلگ، فرآیندهای تصادفی اندازه‌پذیر پیشرو، فرآیندهای تصادفی پیش‌بینی‌پذیر، قضیه توسیع کلموگروف، فرآیندهای تصادفی جدایی‌پذیر، قضیه پیوستگی کلموگروف، مارتینگل زمان-پیوسته، زمان توقف و ویژگی‌های آن، نامساوی‌های مارتینگلی برای مارتینگل‌های زمان-پیوسته، قضیه نمونه‌گیری اختیاری، قضیه توقف اختیاری، قضیه همگرایی مارتینگل‌های زمان-پیوسته، فرآیندهای صعودی زمان-پیوسته و قضیه تجزیه دوب-میر، تعریف حرکت براونی، ساختن حرکت براونی به روش فضای L^2 ، اشاره به دیگر روش‌های ساختن حرکت براونی از قبیل قضیه توسیع کلموگروف و روش فضای وینر و روش درونیابی لوی، پالایه وابسته به حرکت براونی، پیوستگی مسیرهای براونی، مشتق‌ناپذیری مسیرهای براونی، تغییرات مرتبه دوم حرکت براونی، خاصیت مارکفی حرکت براونی، خاصیت مارتینگلی حرکت براونی، اصل بازتاب و کاربردهای آن، حرکت براونی چند بُعدی، انتگرال وینر و ویژگی‌های آن، انتگرال تصادفی ایتو برای فرآیندهای تصادفی ساده، ایزومتري ایتو، انتگرال تصادفی ایتو برای L^2 -فرآیندهای تصادفی، توسیع تعریف انتگرال تصادفی به رده‌های بزرگتر فرآیندهای انتگرالده، فرآیندهای ناشی از انتگرال تصادفی، پیوستگی انتگرال تصادفی، خاصیت مارتینگلی انتگرال تصادفی، مشخصه‌سازی لوی برای حرکت براونی، انتگرال استراتونوویچ و رابطه آن با انتگرال تصادفی ایتو، فرمول ایتو یک بُعدی و چند بُعدی و کاربردهای آن همراه با مثال، قضیه نمایش مارتینگلی، پل براونی، فرمول تاناکا و زمان موضعی، آشنایی با معادلات دیفرانسیل تصادفی، بیان روش حل برخی از انواع معادلات دیفرانسیل تصادفی و نقش فرمول ایتو، قضیه وجود و یکتایی جواب معادلات دیفرانسیل تصادفی در بُعد یک، ویژگی مارکفی جواب‌های معادلات دیفرانسیل تصادفی.

مراجع :



- ۱- Kuo, Hui-Hsiung, *Introduction to Stochastic Integration*, Springer-Verlag, Berlin, ۲۰۰۶.
- ۲- Baldi, P., *Stochastic Calculus: An Introduction through Theory and Exercises* Springer-Verlag, ۲۰۱۷.
- ۳- Karandikar, R. L., Rao, B. V., *Introduction to Stochastic Calculus*, Springer-Verlag, Singapore, ۲۰۱۸.
- ۴- Le Gall, Jean-François, *Brownian Motion, Martingales, and Stochastic Calculus*, Springer-Verlag, ۲۰۱۶.
- ۵- Oksendal, B., *Stochastic Differential Equations, An Introduction with Applications*, ۶th edition, Springer-Verlag, ۲۰۰۳.
- ۶- Schilling, Rene, Partzsch, L., *Brownian Motion: An Introduction to Stochastic Processes*, ۲nd edition, Walter de Gruyter, ۲۰۱۴.



عنوان درس		فارسی	فرآیندهای تصادفی کاربردی					
		انگلیسی	Applied Stochastic Processes					
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز				
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری	نظری	عملی	نظری	عملی	۴
آموزش تکمیلی عملی:	دارد	ندارد	دارد	ندارد	دارد	دارد	دارد	دارد
سفر علمی:	دارد	ندارد	دارد	ندارد	دارد	دارد	دارد	دارد
کارگاه:	دارد	ندارد	دارد	ندارد	دارد	دارد	دارد	دارد
آزمایشگاه:	دارد	ندارد	دارد	ندارد	دارد	دارد	دارد	دارد
سمینار:	دارد	ندارد	دارد	ندارد	دارد	دارد	دارد	دارد
حل تمرین: دارد (۹۰ دقیقه هر هفته)	دارد	ندارد	دارد	ندارد	دارد	دارد	دارد	دارد

هدف: در این درس با توجه به اینکه دانشجویان درس احتمال ۱ را در دوره کارشناسی خوانده‌اند، به مطالعه زنجیره‌های مارکف، فرآیند شاخه‌ای، فرآیند تجدید و کاربردهای متنوع مارتینگل پرداخته می‌شود.

سرفصل درس:

بردارهای تصادفی، متغیرهای تصادفی مستقل، توزیع توأم چند متغیر تصادفی، احتمال و امید شرطی و ویژگی‌های آن، توابع مولد و کاربردهای آن، آشنایی با فرآیندهای تصادفی و انواع آن، زنجیره‌های مارکف با پارامتر گسسته، رده بندی حالت‌های یک زنجیر مارکف، معادلات چپمن-کلموگروف، قدم‌زدن تصادفی، فرآیندهای شاخه‌ای، زنجیره‌های مارکف با تعداد متناهی حالت و قضیه فروبینوس، فرآیند زاد و مرگ، زنجیر مارکف مونت کارلو، تفاضل مارتینگلی، کاربردهای مارتینگل‌ها و قضیه‌های همگرایی در زنجیره‌های مارکف و فرآیند شاخه‌ای، مدل‌های ژنتیک، نامساوی والد، مسئله قمارباز، کاربرد زنجیره‌های مارکف در نظریه صف، تعریف زنجیره‌های مارکف زمان-پیوسته، توابع یا ماتریس‌های انتقال، معادله چپمن-کلموگروف، زمان‌های پرش، ماتریس مولد، معادلات پسرو و پیشرو کلموگروف، خواص ارگودیک زنجیره‌های مارکف، مروری بر پیچش توابع توزیع و خواص آن، مروری بر تبدیل لاپلاس و خواص آن، تعریف فرآیند تجدید و خواص مقدماتی آن، معادلات تجدید، فرآیند سن و باقیمانده عمر، قضیه کلیدی تجدید و قضیه بلکول، فرآیندهای تجدید مانا و خواص آن، تعریف فرآیندهای نوپیدایشی و خواص آن، معادلات تجدید و قضیه اسمیت.

مراجع:

۱- Grimmett, G., Stirzaker, D., *Probability and Random Processes*, Oxford Univ. Press, ۲۰۰۱.

۲- Hoel P. G., Port, P. G., Stone, C. J., *Introduction to Stochastic Processes*, Waveland Press, Inc. ۱۹۸۶.



- ۳- Karlin, S., Taylor, H. M., *A First Course in Stochastic Processes*, ۲nd edition, Academic Press, ۱۹۷۵.
- ۴- Pinsky, M. A., Karlin, S., *An Introduction to Stochastic Modeling*, ۴th edition. Academic Press, ۲۰۱۰.
- ۵- Resnick, S., *Adventures in Stochastic Processes*, Birkhauser, Boston, ۱۹۹۹.
- ۶- Serfozo, R., *Basics of Applied Stochastic Processes*, Springer-Verlag, ۲۰۰۹.



عنوان درس		فارسی		نظریهٔ معادلات دیفرانسیل تصادفی									
		انگلیسی		Theory of Stochastic Differential Equations									
نوع واحد		تعداد واحد		تعداد ساعت		دروس پیش نیاز							
پایه	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	تخصصی	اختیاری	۴	۶۴	انتگرال تصادفی ایتو		
آموزش تکمیلی عملی:												دارد □	ندارد ■
سفر علمی:												دارد □	ندارد ■
کارگاه:												دارد □	ندارد ■
آزمایشگاه:												دارد □	ندارد ■
سمینار:												دارد □	ندارد ■
حل تمرین: دارد (۹۰ دقیقه هر هفته)												نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد	

هدف: هدف این درس، آشنایی دانشجویان با مفهوم معادله دیفرانسیل تصادفی شامل نوفه سفید، تبدیل آن به معادله انتگرال تصادفی ایتو، روش حل برخی از انواع خاص معادلات دیفرانسیل تصادفی، قضیه وجود و یکتایی جواب و استفاده از نظریه معادلات دیفرانسیل تصادفی در مدل سازی پدیده های تصادفی است. لازم است پیش از مطالعه این درس دانشجو با مفاهیم انتگرال تصادفی ایتو آشنایی پیدا کرده باشد.

سرفصل درس:

تعریف معادله دیفرانسیل تصادفی، مثال های معادلات دیفرانسیل تصادفی و روش های حل، قضیه وجود و یکتایی جواب، مفهوم جواب قوی و ضعیف، آشنایی با برخی مسائل پالایه تصادفی و حل آنها به کمک معادلات دیفرانسیل تصادفی، آشنایی با فرآیند پخش ایتو، ویژگی های مارکوفی و مارکوفی قوی، مولد فرآیند پخش ایتو، فرمول دینکین، عملگر مشخصه، فرآیند پسر و کلموگراف، فرمول فاینمن-کتس، مسئله مارتینگل، تعویض زمان تصادفی، تبدیل اندازه و قضیه گیرسانف، کاربرد معادلات دیفرانسیل تصادفی در نظریه مسائل مقدار مرزی، مسئله دیریشله، مسئله پواسن، کاربرد در توقف بهینه: حالت زمانی-همگن و حالت زمانی-ناهمگن، مسائل توقف بهینه شامل انتگرال، ارتباط با نامساوی های تغییراتی، کاربرد در کنترل تصادفی، معادله هامیلتن-ژاکوبی-بلمن.

مراجع :

۱- Le Gall, Jean-François, *Brownian Motion, Martingales, and Stochastic Calculus*, Springer-Verlag, ۲۰۱۶.



۲- Oksendal, B., *Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications*, ۲th edition, Springer-Verlag, Berlin, ۲۰۰۳.

۳-Protter, P., *Stochastic Integration and Differential Equations*, ۳rd edition, Springer-Verlag, ۲۰۰۴.

۴-Schuss, Zeev., *Theory and Applications of Stochastic Differential Equations*, Springer-Verlag, New York, ۲۰۱۰.



عنوان درس		فارسی		روش‌های عددی در معادلات دیفرانسیل تصادفی												
		انگلیسی		Numerical Methods in Stochastic Differential Equations												
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز												
پایه نظری عملی	اصلی	تخصصی	اختیاری	۴	۶۴	همین‌یاز با نظریهٔ معادلات دیفرانسیل تصادفی نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد										
												نظری	عملی			
	آموزش تکمیلی عملی:											دارد □		ندارد ■		
	سفر علمی:											دارد □		ندارد ■		
	کارگاه:											دارد □		ندارد ■		
	آزمایشگاه:											دارد □		ندارد ■		
	سمینار:											دارد □		ندارد ■		
	حل تمرین: دارد (۹۰ دقیقه هر هفته)															

هدف: می‌دانیم که بسیاری از معادلات دیفرانسیل، به‌خصوص معادلات دیفرانسیل تصادفی، را نمی‌توان به‌طور صریح حل کرد و لذا از ابزارهای آنالیز عددی برای به‌دست آوردن اطلاعات کمی و کیفی درباره رفتار جواب‌های این‌گونه معادلات استفاده می‌کنیم. هدف این درس، آشنایی دانشجویان با روش‌های حل عددی معادلات دیفرانسیل تصادفی و کاربردهای آنها در مواجهه با مسایل کاربردی در شاخه‌های مختلفی چون فیزیک، مکانیک، مالی و غیره است.

سرفصل درس:

مروری اجمالی بر حسابان تصادفی و تعاریف انتگرال ایتو و استراتونویچ، خواص حرکت براونی و بررسی روش‌های مختلف برای شبیه‌سازی مسیرهای آن، بررسی خواص جواب یک معادله دیفرانسیل تصادفی با نوفه گاوسی و نوفه پواسونی، معرفی بسط تیلور-ایتو تصادفی و به‌دست آوردن روش اویلر-مارویاما و روش میلشتاین، معرفی مفهوم سازگاری برای طرح‌های عددی تصادفی، بررسی مفاهیم مرتبه همگرایی قوی و ضعیف، معرفی خانواده روش‌های رونگه-کوتای تصادفی، معرفی خانواده روش‌های چند-گامی تصادفی، معرفی مفهوم پایداری تصادفی و انواع آن (پایداری میانگین مربعات، پایداری مجانبی، پایداری نمایی، معرفی روش‌های با طول گام متغیر برای گسسته‌سازی معادلات دیفرانسیل تصادفی، کاربردهای معادلات دیفرانسیل تصادفی در فیزیک، مکانیک، مالی و سایر شاخه‌ها.

مراجع:

۱. Kloeden, P. E. & Platen, E., *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations*, Vol. ۲۳ of *Appl. Math.*, Springer-Verlag, ۳rd printing, ۱۹۹۹.
۲. Kloeden, P. E., Platen, E. & Schurz, H., *Numerical Solution of SDEs Through Computer Experiments*, Springer-Verlag, ۳rd corrected printing, ۲۰۰۳.

۳. Milstein G., *Numerical Integration of Stochastic Differential Equations*, Dordrecht, Kluwer, ۱۹۹۰.



۴. Platen, E. & Bruti-Liberati, N., *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations with Jumps in Finance*, Springer-Verlag, ۲۰۱۰.



عنوان درس		فارسی	کنترل بهینه تصادفی			
		انگلیسی	Stochastic Optimal Control			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز		
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری			
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری
آموزش تکمیلی عملی: ☐ دارد ☒ ندارد						
سفر علمی: ☐ دارد ☒ ندارد						
کارگاه: ☐ دارد ☒ ندارد						
آزمایشگاه: ☐ دارد ☒ ندارد						
سمینار: ☐ دارد ☒ ندارد						
حل تمرین: دارد (۹۰ دقیقه هر هفته) ☐ دارد ☒ ندارد						
نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد						

هدف:

از کاربردهای نظریه معادلات دیفرانسیل به ویژه معادلات تصادفی، در بهینه سازی دیفرانسیلی پدیده های کنترلی از نوع تصادفی است. در این درس، دانشجویان با کنترل بهینه تصادفی زمان -پیوسته برای دستگاه هایی با مشاهدات کامل و جزئی، روش های حل آنها و مباحثی در نظریه پالایه تصادفی آشنا می شوند.

سرفصل درس:

آشنایی با مسائل تغییراتی و انگیزه پیدایش نظریه کنترل، مروری بر کنترل بهینه تعینی، اصل ماکسیمم پانترباگین، قضیه های وجود و پیوستگی کنترل بهینه، روش برنامه ریزی پویا، معادلات دیفرانسیل پاره ای وابسته به برنامه ریزی پویا، یادآوری انتگرال ایتو و معادلات دیفرانسیل تصادفی، فرآیندهای پخش مارکفی، کنترل بهینه برای فرآیندهای پخش، معادله برنامه ریزی پویا برای فرآیندهای پخش کنترلی، جواب های ویسکاسیتی برای معادلات همیلتن-ژاکوبی-بلمن، معادلات تصادفی سهموی و کنترل های بهینه برای معادلات زاکایی شامل فرآیندهای پخش کنترلی با مشاهدات جزئی.

مراجع:

۱. Makiko Nisio. *Stochastic Control Theory*. Springer-Verlag, 2nd edition, ۲۰۱۵.
۲. Alain Bensoussan. *Stochastic Control of Partially Observable Systems*. Cambridge University Press, ۱۹۹۲.



عنوان درس		فارسی	فرآیند پخش
		انگلیسی	Diffusion Process
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت
		۴	۶۴
پایه نظری عملی	اصلی	تخصصی	اختیاری
	نظری	عملی	نظری
	عملی	نظری	عملی
	آموزش تکمیلی عملی:		
	دارد □ ندارد ■		
	سفر علمی:		
	دارد □ ندارد ■		
	کارگاه:		
نظریه معادلات دیفرانسیل تصادفی	دارد □ ندارد ■		
	آزمایشگاه:		
	دارد □ ندارد ■		
	سمینار:		
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد	

هدف:

هدف این درس، آشنایی دانشجویان با مطالب پیشرفته فرآیند پخش (انتشار) بر پایه آموخته‌ها از آنالیز تصادفی است. در این درس، به مطالبی مانند مولد فرآیند پخش، مسئله مارتینگل‌ها و رابطه فرآیند پخش با معادلات دیفرانسیل پاره‌ای که به وسیله مولد این فرآیند به دست می‌آید، پرداخته می‌شود. در نهایت به فرآیند پخش مجرد اشاره خواهد شد.

سرفصل درس:

حل قوی و ضعیف معادلات دیفرانسیل تصادفی با ضرایب لیپ‌شیتز، فرآیند پخش، خاصیت مارکوفی قوی و مارکوفی ضعیف، مولد فرآیند پخش ایتو، فرمول دینکین، معادله پسرولموگرف، حلال مولد، فرمول فاینمن-کاتس، مسئله مارتینگل استروک-وارادان، قضیه‌های گیرساف-مارتین، مسئله شرایط مرزی، مسئله دیریکله، مسئله پواسون، مسئله مخروط برای معادلات دیفرانسیل پاره‌ای بیضوی، همگرایی ضعیف، توزیع شرطی و قضیه‌های توسیع، فضای توابع پیوسته، مارتینگل و فشردگی، مسیرهای فرآیندهای مارکف منظم، اندازه وینر منظم، اصل ماکزیمم برای معادلات دیفرانسیل سهموی، آشنایی با فرآیندهای پخش مجرد، فرآیندهای فلر و هانت، نظریه پتانسیل و فرآیند ری.

مراجع:

- ۱- Chung, Kai Lai, Walsh, John B., *Markov Processes, Brownian Motion, and Time Symmetry*, Springer-Verlag, ۲۰۰۵.
- ۲- Holden, E., Oksendal, B., Ubøe, J., Zhang, T., *Stochastic Partial Differential Equations*, ۲nd edition., Springer-Verlag, ۲۰۱۰.
- ۳- Revuz, Daniel, Yor, Marc, *Continuous Martingales and Brownian Motion*, Springer-Verlag, ۱۹۹۹.
- ۴- Stroock, D. W., Varadhan, S.R.S., *Multidimensional Diffusion Processes*, Springer-Verlag, ۲۰۰۶.



عنوان درس		فارسی	فرآیندهای تصادفی پایدار										
		انگلیسی	Stable Stochastic Processes										
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز									
پایه	نظری	عملی	نظری	عملی	تخصصی		اختیاری		۴	۶۴	نظریهٔ احتمال		
					نظری	عملی	نظری	عملی					
	آموزش تکمیلی عملی:											دارد ☐	ندارد ☒
	سفر علمی:											دارد ☐	ندارد ☒
	کارگاه:											دارد ☐	ندارد ☒
	آزمایشگاه:											دارد ☐	ندارد ☒
	سمینار:											دارد ☐	ندارد ☒
	حل تمرین: ندارد											نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد	

هدف: در این درس دانشجویان با فرآیندهای پایدار و برخی کاربردهای آن آشنا می‌شوند.

سرفصل درس:

متغیرهای تصادفی پایدار (چهار تعریف متفاوت آن)، تابع مشخصه متغیر تصادفی پایدار، خواص توزیعی متغیرهای تصادفی پایدار، امید ریاضی متغیرهای تصادفی پایدار، بردارهای تصادفی پایدار و خواص توزیعی آنها، متغیرهای تصادفی پایدار مختلط مقدار و خواص آنها، اندازه‌های تصادفی پایدار و خواص آنها، انتگرال تصادفی نسبت به اندازه‌های تصادفی پایدار و خواص آنها (در حالت حقیقی و مختلط مقدار)، حرکت پایدار، فرآیند پایدار کسری و خواص آن، نمایش طیفی فرآیندهای پایدار و خواص آن، برخی کاربردهای فرآیند پایدار در مطالعه فضاهای باناخ، مروری بر فرآیندهای ماکس-پایدار.

مراجع:

۱- Janicki, A., Weron, A., *Simulation and Chaotic Behavior of α -Stable Stochastic Processes*, Marcel Dekker, ۱۹۹۴.

۲- Nikias, C. L., Shao, M., *Signal Processing with Alpha-Stable Distributions and Applications*, John Wiley & Sons, ۱۹۹۵.

۳- Nolan, J. P., *Stable Distributions - Models for Heavy Tailed Data*, Birkhauser, Boston, ۲۰۱۷.

Samorodnitsky, G., Taqqu, M., *Stable Non-Gaussian Random Processes*, Chapman and Hall, ۱۹۹۵.



۵- Sato, K., *Levy Processes and Infinitely Divisible Distributions*. ۲nd edition, Cambridge University Press, ۲۰۱۶.

۶- Uchaikin, V. V., Zolotarev, V. M., *Chance and Stability*, Utrecht, VSP Press, ۱۹۹۹.



عنوان درس		فارسی		آنالیز تصادفی کسری						
		انگلیسی		Fractional Stochastic Analysis						
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز						
پایه	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	اختیاری	۴	۶۴	آشنایی با آنالیز تصادفی	
										عملی
آموزش تکمیلی عملی:								دارد □		ندارد ■
سفر علمی:								دارد □		ندارد ■
کارگاه:								دارد □		ندارد ■
آزمایشگاه:								دارد □		ندارد ■
سمینار:								دارد □		ندارد ■
حل تمرین: دارد (۹۰ دقیقه هر هفته)								نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		

هدف:

سابقه شناخت انسان از پدیده های فرکتالی که در طبیعت نمونه های فراوانی از آنها یافت می شود، طولانی است و تاکنون مدل های ریاضی مناسبی برای مطالعه و شناخت ماهیت آنها ساخته شده است. هدف این درس، آشنا کردن دانشجو با مفهوم مشتق کسری و سپس حرکت براونی کسری، انتگرال ایتو نسبت به حرکت براونی کسری و برخی از کاربردهای آن به ویژه در معادلات دیفرانسیل تصادفی کسری است.

سرفصل درس:

حرکت براونی کسری، خود-متشابهی، پیوستگی هلدِر، مشتق پذیری مسیرها، انتگرال وینر برای حرکت براونی کسری، نوفه سفید کسری، قضیه گیرساف کسری، گرادیان تصادفی کسری، انتگرال ایتوی کسری، فرمول ایتوی کسری، انتگرال های مکرر و بسط آشوبی، معادلات دیفرانسیل تصادفی شامل حرکت براونی کسری، کاربرد حسابان تصادفی کسری در ریاضی مالی، کاربرد حسابان تصادفی کسری در کنترل بهینه تصادفی، زمان موضعی و فرمول تاناکا در حسابان تصادفی کسری.

مراجع:

- Biagini, F., Hu, Y., Oksendal, B., Zhang, T., *Stochastic calculus for fractional Brownian Motion and Applications*, Springer-Verlag, London, ۲۰۰۸.
- Nualart, D., *The Malliavin Calculus and Related Topics*, ۲nd edition, Springer-Verlag,



عنوان درس		فارسی		نظریهٔ ریاضی بازی‌ها	
		انگلیسی		Mathematical Game Theory	
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز	
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری		
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی
آموزش تکمیلی عملی: ☐ دارد ☒ ندارد					
سفر علمی: ☐ دارد ☒ ندارد					
کارگاه: ☐ دارد ☒ ندارد					
آزمایشگاه: ☐ دارد ☒ ندارد					
سمینار: ☐ دارد ☒ ندارد					
حل تمرین: ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد			

هدف:

امروزه نظریهٔ ریاضی بازی‌ها، که مبانی آن استوار بر روش‌های احتمالاتی و تصادفی است، یکی از بنیادهای تحلیل اقتصادی به‌ویژه در بازارهای سرمایه و معاملات مالی به‌شمار می‌رود. در این درس دانشجو با نظریه بازی‌ها و کاربردهای آن با رویکرد ریاضی آشنا می‌شود.

سرفصل درس:

مقدمه‌ای بر نظریهٔ تصمیم، تابع مطلوبیت و انواع آن، بازی‌های استراتژیک (بازی‌های دو نفره با مجموع صفر، تعادل نش در بازی‌های استراتژیک، استراتژی ترکیبی از بازی‌های متناهی، ...)، بازی‌های هماهنگ (استراتژی، تعادل نش، تعادل دنباله‌ای، ...)، بازی‌ها با اطلاعات ناقص (بازی‌های بیزی، تعادل نش در بازی‌های بیزی، کاربردهای بازی‌های بیزی)، بازی‌های مشارکتی (تعادل نش، بازی‌های محدب، بازی‌های رقابتی، تعادل نش در بازی‌های رقابتی)، مقدمه‌ای بر بازی‌های دیفرانسیلی (مشتق‌پذیر) و بازی‌های تصادفی.

مراجع:

- 1- González-Díaz, J., García-Jurado, I. and Fiestras-Janeiro, M. G., *An Introductory Course on Mathematical Game Theory*, AMS, ۲۰۱۰.
- 2- Mazalov, V., *Mathematical Game Theory and Applications*, John Wiley & Sons, ۲۰۱۴.
- Yeung D.W.K., Petrosjan L.A., *Cooperative Stochastic Differential Games*, Springer-Verlag, ۲۰۰۶.



عنوان درس		فارسی		گراف‌های تصادفی						
		انگلیسی		Random Graphs						
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز						
پایه	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	اختیاری	۴	۶۴	نظریهٔ احتمال	
										نظری
آموزش تکمیلی عملی:								دارد □		ندارد ■
سفر علمی:								دارد □		ندارد ■
کارگاه:								دارد □		ندارد ■
آزمایشگاه:								دارد □		ندارد ■
سمینار:								دارد □		ندارد ■
حل تمرین: دارد (۹۰ دقیقه هر هفته)								نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد		

هدف: هدف این درس، آشنایی دانشجویان با گراف‌های تصادفی و کاربردهای آن به‌خصوص در شبکه‌ها است.

سرفصل درس:

مروری بر مفاهیم نظریه گراف، درخت و خواص آن، مروری بر شبکه‌ها و خواص آنها، مروری بر فرآیندهای شاخه‌ای و خواص آنها، انواع گراف‌های تصادفی و خواص مقدماتی آنها، انتقال فاز برای انواع گراف‌های تصادفی، گراف‌های تصادفی وزنی و خواص آن، مدل‌های پیکربندی: خواص و کاربردها. مدل گراف تصادفی اردوش-رنی (حالت زیربحرانی، حالت ابربحرانی، مؤلفه بزرگ، قضیه حد مرکزی برای مؤلفه بزرگ، رفتار بحرانی، آستانه همبندی، دنباله درجات)، مدل‌های اتصال وابسته به درجات (دنباله درجات، تجمع اندازه برای دنباله درجات، امید ریاضی درجه‌ها، ماکسیمم درجه‌ها)، مدل‌های دنیای کوچک! (مدل واتس-استروگاتس، طول مسیرها، مدل‌های اپیدمی، مدل آیزینگ و پاتس، مدل تماسی)

مراجع:

- ۱- Bollobas, B., *Random Graphs*, ۲nd edition, Cambridge: Cambridge University Press, ۲۰۰۸.
- ۲- Frieze, A., Karoński, M., *Introduction to Random Graphs*, Cambridge University Press, ۲۰۱۶.
- ۳- Hofstad, R. van der., *Random Graphs and Complex Networks. vol. I*, Cambridge University Press, ۲۰۱۷.
- ۴- Janson, S., Luczak, T. and Rucinski, A., *Random Graphs*, John Wiley & Sons, ۲۰۰۰.
- ۵- Alon, N. and Spencer, J., *The Probabilistic Methods*, Wiley Series in Discrete Mathematics and Optimization, ۴th edition, ۲۰۱۵.



عنوان درس		فارسی	شبهه‌سازی تصادفی
		انگلیسی	Stochastic Simulation
نوع واحد	تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز
پایه	۴	۶۴	فرآیندهای تصادفی کاربردی
نظری			
عملی			
نظری			
عملی			
نظری			
عملی			
نظری			
آموزش تکمیلی عملی:			دارد ☐ ندارد ☒
سفر علمی:			دارد ☐ ندارد ☒
کارگاه:			دارد ☐ ندارد ☒
آزمایشگاه:			دارد ☐ ندارد ☒
سمینار:			دارد ☐ ندارد ☒
حل تمرین: دارد (۹۰ دقیقه هر هفته)			نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد

هدف: هدف این درس، ایجاد توانایی در دانشجو برای شبهه‌سازی کامپیوتری پدیده‌ها و مسئله‌های تصادفی، آشنایی با مسائل نظری شبهه‌سازی و روش‌های کارآمدتر کردن شبهه‌سازی است.

سرفصل درس:

تولید اعداد تصادفی، شبهه‌سازی متغیرهای تصادفی گسسته، شبهه‌سازی متغیرهای تصادفی پیوسته، شبهه‌سازی بردارهای تصادفی گاوسی، تحلیل آماری نتایج شبهه‌سازی، روش‌های کاهش واریانس (متغیرهای متضاد، متغیر کنترل، شرطی‌سازی، نمونه‌گیری طبقه‌ای، نمونه‌گیری متناسب با اهمیت)، شبهه‌سازی به کمک زنجیرهای مارکوف، MCMC (الگوریتم متروپولیس-هستینگز، الگوریتم نمونه‌گیری گیبس).

مراجع:

۱- S. Ross, *Simulation*, Academic Press, San Diego, ۲۰۰۲.



عنوان درس		فارسی	ماتریس‌های تصادفی				
		انگلیسی	Random Matrices				
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز			
پایه	نظری	عملی	نظری	عملی	اختیاری		
					نظری	عملی	
	آموزش تکمیلی عملی: ☐ دارد ☒ ندارد						
	سفر علمی: ☐ دارد ☒ ندارد						
	کارگاه: ☐ دارد ☒ ندارد						
	آزمایشگاه: ☐ دارد ☒ ندارد						
	سمینار: ☐ دارد ☒ ندارد						
	حل تمرین: دارد						
	نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد						

هدف: هدف این درس، آشنایی دانشجویان با مدل‌های اولیه ماتریس‌های تصادفی، تحلیل طیفی، روش‌های تحلیل و نقاط ضعف و قوت آنها.

سرفصل درس:

مقدمات احتمال (قانون اعداد بزرگ، قضیهٔ حد مرکزی، قضایای تجمع اندازه)، مقدمات جبرخطی (مقادیر ویژه، عملگرها و ماتریس‌های هرمیتی، قضیه نمایش طیفی، قضیهٔ مینیماکس کورانت-فیشِر، نابرابری‌های طیفی، مقادیر تکین)، مدل‌های ماتریس تصادفی (مدل $i.i.d.$ ، مدل متقارن ویگنر، مدل هرمیتی ویگنر، مدل گاوسی متعامد، مدل گاوسی یکانی، ...)، رفتار حدی نرم ماتریس تصادفی (روش گشتاورها)، قانون نیم‌دایره (روش گشتاورها، تبدیل اشتیلیس)، توزیع توام مقادیر ویژه در ماتریس‌های گاوسی، توزیع توام مقادیر ویژه در ماتریس‌های یکانی، توزیع مارچنکو-پاستور برای مقادیر تکین، فرآیندهای دترمینانی، احتمال آزاد.

مراجع:

- ۱- G. Anderson, A. Guionnet, O. Zeitouni, *An Introduction to Random Matrices*, Cambridge Studies in Advanced Mathematics (۱۱۸), Cambridge University Press, Cambridge, ۲۰۱۰.
- ۲- Terence Tao, *Topics in Random Matrix Theory*, Graduate Studies in Mathematics, American Mathematical Society, ۲۰۱۲.



عنوان درس		فارسی		فرآیند لوی	
		انگلیسی		Levy Process	
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز	
پایه	اصلی	تخصصی	اختیاری		
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی
آموزش تکمیلی عملی: ☐ دارد ☒ ندارد					
سفر علمی: ☐ دارد ☒ ندارد					
کارگاه: ☐ دارد ☒ ندارد					
آزمایشگاه: ☐ دارد ☒ ندارد					
سمینار: ☐ دارد ☒ ندارد					
حل تمرین: دارد (۹۰ دقیقه هر هفته)					
نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					

هدف:

فرآیند لوی تعمیمی از فرآیند وینر یا حرکت براونی است و معادلات دیفرانسیل شامل نوفه لوی در مدل‌های پدیده‌های تصادفی بسیار پیش می‌آیند. از این رو شناخت ویژگی‌های این گونه فرآیندها و شیوه تعریف انتگرال تصادفی نسبت به آنها و مطالعه معادلات دیفرانسیل تصادفی ریشه گرفته از فرآیندهای لوی، هم به لحاظ نظری و هم از جنبه کاربردی اهمیت فراوان دارد. در این درس، دانشجویان با فرآیندهای لوی و ساختار آنها آشنا می‌شوند و به مطالعه آنالیز تصادفی لوی می‌پردازند.

سرفصل درس:

توزیع‌های بی‌نهایت‌بار تقسیم‌پذیر و خواص آنها، نمایش لوی-خینچین توزیع‌های بی‌نهایت‌بار تقسیم‌پذیر، فرآیندهای با نموهای مستقل و مانا، تعریف فرآیندهای لوی، حرکت براونی، فرآیند پواسون ترکیبی، فرآیندهای گاما، اندازه تصادفی پواسون و خواص آن، نمایش لوی-خینچین برای فرآیندهای لوی، فرآیندهای تبعی و خواص آنها، اولین زمان گذر در فرآیندهای لوی، آنالیز تصادفی فرآیند لوی، فرمول ایتو، معادلات دیفرانسیل تصادفی نسبت به نوفه لوی، قضیه وجود و یگانگی، حل ضعیف و رابطه آن با معادله دیفرانسیل پاره‌ای، شار تصادفی لوی، ویژگی مارکوفی جواب‌ها، فرمول فاینمن-کتس و مسائل مارتینگلی.

مراجع:

1. Applebaum D., *Levy Processes and Stochastic Calculus*, ۲nd edition, Cambridge University Press, ۲۰۰۹
2. Bertoin, J., *Levy Processes*. Cambridge University Press, ۱۹۹۶.
3. Kyprianou, A. *Fluctuations of Levy Processes*. ۲nd edition, Springer-Verlag, ۲۰۱۴.
4. Sato, K., *Levy Processes and Infinitely Divisible Distributions*, ۲nd edition, Cambridge University Press, ۲۰۱۴.



عنوان درس		فارسی	مباحث ویژه در ریاضیات تصادفی								
		انگلیسی	Special Topic in Stochastic Mathematics								
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز							
پایه	نظری	عملی	نظری	عملی	اختیاری	۴	۶۴	اجازه گروه			
										نظری	عملی
آموزش تکمیلی عملی:		دارد ☐		ندارد ☒							
سفر علمی:		دارد ☐		ندارد ☒							
کارگاه:		دارد ☐		ندارد ☒							
آزمایشگاه:		دارد ☐		ندارد ☒							
سمینار:		دارد ☐		ندارد ☒							
حل تمرین: دارد/ ندارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: دارد/ ندارد									

درسی است در سطح کارشناسی ارشد یا بالاتر در زمینه ریاضیات تصادفی که سرفصل و ریز موارد درسی مربوطه قبل از ارائه بایستی به تصویب شورای تحصیلات تکمیلی گروه یا دانشکده برسد. این درس در نوبت بعدی می تواند با سرفصل تصویب شده قبلی ارایه گردد و یا دارای سرفصل جدید باشد که مجددا باید بایستی به تصویب شورای تحصیلات تکمیلی گروه یا دانشکده برسد.

