

تابع

①

$$A \times B = \{ (a, b) \mid a \in A, b \in B \}$$

دارای اول
فصل دوم
دارای دوم
نقطه اول
نقطه دوم
دارای اول
فصل دوم
دارای دوم
نقطه اول
نقطه دوم

حاصل ضرب
دکارتی

$$A \times B \neq B \times A$$

$$n(A \times B) = n(B \times A) = n(A) \times n(B)$$

$$f: A \rightarrow B$$

$$f \subseteq A \times B$$

$$R \subseteq A \times B$$

$$R = A \rightarrow B$$

$$a R b$$

$$f = \{ (a, b) \mid a \in A, b \in B \}$$

$$f = \{ a \mid a \in A \}$$

هر رابطه‌ای تابع نیست
اما هر تابعی رابطه است.

هر تابعی که رابطه باشد
قانونی تابع برقرار است.

$$f: A \rightarrow B$$

$$\forall a \in A \exists b \in B, (a, b) \in f$$

$$f: A \rightarrow B$$

$$a \in A \Rightarrow (a, b) \in f \Rightarrow b = y$$

$$D_f = \{ a \mid (a, b) \in f \}$$

$$R_f = \{ b \mid (a, b) \in f \}$$

دامنه تابع

تکلیف به شکل

$$f(x) = \text{Arc}(\tan g(x))$$

$$f(x) = \text{Arc}(\cot g(x))$$

$$\xrightarrow{\text{دامنه}} P_g$$

توابع به شکل

$$f(x) = \text{Arc}(\sin g(x))$$

$$f(x) = \text{Arc}(\cos g(x))$$

$$\xrightarrow{\text{دامنه}} -1 \leq g(x) \leq 1$$

عبارت (مضرب) کند

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

خرج کسر - کسر

زیر رادیکال - رادیکال با قدر

تأسیس از مرتبه
رادیکال پس
عبارت مضرب تابع
زیر رادیکال

مقدار جوی
عبارت
کافی

$$g(x) \neq 1$$

$$g(x) > 0$$

$$f(x) = g(x)$$

$$g(x) > 0$$

توابع چندجمله‌ای
از مرتبه‌های مختلف

تایید مشتق
رابطه بین
عبارت مشتق
زیر رابطه

$g(x) > 0$
 $\log f(x) \rightarrow f(x) > 0$
 $D = \mathbb{R}$
توابع چندجمله‌ای
از درجه‌های مختلف

توابعی به شکل
 $f(x) = \text{Arc}(\sin g(x))$
 $f(x) = \text{Arc}(\cos g(x))$
دامنه $-1 \leq g(x) \leq 1$

$f(x) = \text{Arc}(\tan g(x))$
 $f(x) = \text{Arc}(\cot g(x))$
دامنه $\rightarrow \mathbb{R}$

مثال: $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \sqrt{1-x^2}$

$D_g = x \neq 0$
 $1-x^2 \geq 0$
 $1-x^2 = 0 \rightarrow x = \pm 1$
برای اعداد حقیقی
برای اعداد حقیقی
برای اعداد حقیقی
برای اعداد حقیقی

$D_g = \mathbb{R} - \{0\} \cap -1 \leq x \leq 1$

$D_g = [-1, 1] - \{0\}$

$f(x) = \log \sqrt{x^2 + 7x + 4}$
رابطه بین
عبارت مشتق
زیر رابطه

$x^2 + 7x + 4 > 0$
 $x^2 + 7x + 4 = 0$
 $(x+1)(x+4) = 0 \rightarrow x = -1, -4$
 $D_f = (-\infty, -4) \cup (-1, +\infty)$

$h(x) = \sqrt{|x| - x^2} \rightarrow |x| - x^2 > 0 \rightarrow |x| - |x|^2 > 0 \rightarrow |x|(1 - |x|) > 0$
 $D_h = [-1, 1]$
 $\rightarrow -1 \leq x \leq 1$

بر دتابع:

$$2) f(x) = x^2 + 4x + 1 \rightarrow f(x) = (x+2)^2 - 3 \rightarrow y = (x+2)^2 - 3 \geq 0 - 3 \rightarrow y \geq -3$$

$$f(x) = x^2 + 4x + 1 \pm 2$$

تفاضل و مشتق
بعد از آن که هر کس می بیند

$$D = \mathbb{R}$$

$$(x+2)^2 \geq 0$$

$$\rightarrow R_f = [-3, +\infty)$$

داده

خبر صحت

$$x = -2 \pm \sqrt{y+3}$$

$$y \geq -3$$

$$g(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$R_g = ? \rightarrow y = \frac{x+1}{x-1} \rightarrow x+1 = yx-y \rightarrow yx-x = 1+y \rightarrow x(y-1) = 1+y \rightarrow x = \frac{1+y}{y-1}$$

$$y \neq 1 \rightarrow y-1 \neq 0$$

$$\rightarrow R_g = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$D = \mathbb{R} \quad D = \mathbb{R} \quad D = \mathbb{R}_0$$

$$y = [x] + [-x] + \sqrt{\cos 2x - 1}$$

$$\cos 2x - 1 \geq 0 \rightarrow \cos 2x \geq 1$$

$$\frac{y}{x}$$

$$\cos 2x = 1 = \cos 0 = \cos 2\pi = \cos 4\pi = \dots$$

$$\xrightarrow{\text{بسیار}} D_y = \mathbb{Z}$$

$$= 1 \checkmark \rightarrow 2x = 2k\pi$$

$$\rightarrow x = k\pi \rightarrow k \in \mathbb{Z}$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

قدیم میگرد

$$\rightarrow x = k \rightarrow k \in \mathbb{Z}$$

$$y = [x] + [-x] + \sqrt{\cos 2x - 1}$$

$$\rightarrow R_y = 0$$

$$x \in \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} + -\mathbb{Z} + \sqrt{1-1} = 0$$

$$\frac{x+y}{\cos 2x} = 1$$

تابع یک به یک: هر تابعی که یک به یک نیست
و یک به یک تابع است

$$f: A \rightarrow B \quad \forall x_1, x_2 \in D_f \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2) \quad \vee x_1, x_2 \in D_f \Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$$

مثال $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = x^2$ $\Rightarrow f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1^2 = x_2^2 \Rightarrow x_1 = \pm x_2$ دو جواب پیدا شد $\Rightarrow x_1 \neq x_2 \Rightarrow$ یک به یک

$f: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$ if $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \frac{x_1 - 1}{x_1 + 1} = \frac{x_2 - 1}{x_2 + 1} \Rightarrow x_1 x_2 + x_1 - x_2 - 1 = x_1 x_2 + x_2 - x_1 - 1$
 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ $\rightarrow x_1 - x_2 = x_2 - x_1 \rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow$ یک به یک ✓

$f: A \rightarrow B \rightarrow f^{-1} = \{(x, y) | (y, x) \in f\}$ - رابطه تابع:

$x = f^{-1}(y) \rightarrow y = f(x) \rightarrow f(y) = x$
حل x و y را صفر و عضو x بر صبر
و هم پیدا شد باشد

$f: A \rightarrow B$
هم یک به یک و هم پیک

تابع دوسویه

خاصیت های
- رابطه تابع
 $D_f = R_{f^{-1}}$
 $R_f = D_{f^{-1}}$
 $\left\{ \begin{array}{l} \forall y \in D_{f^{-1}} \\ f \circ f^{-1}(y) = y \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \forall x \in D_f \\ f^{-1} \circ f(x) = x \end{array} \right\}$
نمیتوانیم به اول بریم
شده بار

③ $f(x) = \frac{V+2x}{x-2}$ f نامرئی و $x \neq 2$ دلیله
 $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$ f تابع

① $y = \frac{V+2x}{x-2} \rightarrow y(x-2) = V+2x \rightarrow yx-2y = V+2x \rightarrow yx-2x = V+2y$
 $\rightarrow x(y-2) = V+2y \rightarrow x = \frac{V+2y}{y-2}$ $y \neq 2$

② $f^{-1}(x) = \frac{V+2x}{x-2}$ $f^{-1}: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$\forall x_1, x_2 \in D_f$

$\rightarrow x_1 \leq x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2) : f \uparrow$

$\rightarrow x_1 \leq x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2) : f \downarrow$

-تابع معکوس، تابع نزولی (توابع یکپارچه):

مثال: $f(x) = x^2 + 5 \rightarrow x_1 \leq x_2 \rightarrow (x_1)^2 \leq (x_2)^2 \rightarrow x_1^2 + 5 \leq x_2^2 + 5 \rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$
 $f(x_1) \leq f(x_2) \rightarrow f \uparrow$ f همیشه صعودی نیست

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ زوج
 $\forall x \in D_f, -x \in D_f$

$f(-x) = f(x)$ f یا f متقارن باشد یا f متقارن نیست

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ فرد
 $\forall x \in D_f, -x \in D_f$
 $f(-x) = -f(x)$

مثال: $f(x) = x^3 + x^2 + 1$
 $D_f = \mathbb{R}$
 $\forall x \in D_f, -x \in D_f$

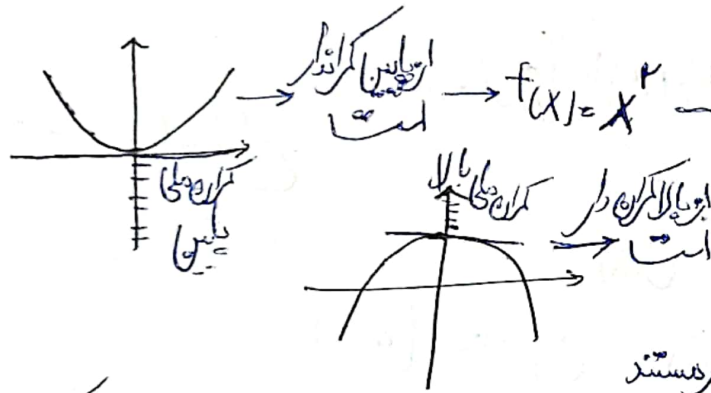
⑤ $f(-x) = (-x)^3 + (-x)^2 + 1 = -x^3 + x^2 + 1$
 $f(x) = x^3 + x^2 + 1$
 $f(-x) \neq f(x)$ f زوج و f فرد

$f(x) = x^2$

تابع زوج و تابع فرد: $\rightarrow$ برعکس هم نیستند $\rightarrow$ $f(-x) = f(x)$ یا $f(-x) = -f(x)$ $\rightarrow$ متوازن نیستند $\rightarrow$ $f(-x) = f(x)$ یا $f(-x) = -f(x)$ $\rightarrow$ $\forall x \in D_f, -x \in D_f$

قضایای مرتبط به مبدأ $\rightarrow$ $f(-x) = f(x)$ یا $f(-x) = -f(x)$ $\rightarrow$ $\forall x \in D_f, -x \in D_f$

مثال: $f(x) = x^3 + x^2 + 1$ $\rightarrow$ $f(-x) = (-x)^3 + (-x)^2 + 1 = -x^3 + x^2 + 1$ $\rightarrow$ $f(-x) \neq f(x)$ و $f(-x) \neq -f(x)$ $\rightarrow$ تابع زوج و فرد نیست $\rightarrow$ $D_f = \mathbb{R}$ $\rightarrow$ $\forall x \in D_f, -x \in D_f$



تابع گسسته و تابع پیوسته: $\rightarrow$ هم از بالا و هم از پایین گسسته دار $\rightarrow$ $f(x) = x^2$ $\rightarrow$ $f(-x) = f(x)$ $\rightarrow$ $f(-x) \neq f(x)$ $\rightarrow$ $f(-x) \neq -f(x)$

محدوده بالا و محدوده پایین: $\rightarrow$ $f(x) = x^2$ $\rightarrow$ $f(-x) = f(x)$ $\rightarrow$ $f(-x) \neq f(x)$ $\rightarrow$ $f(-x) \neq -f(x)$

مثال: $\sin x \rightarrow -1 \leq \sin x \leq 1 \rightarrow |\sin x| \leq 1$ $\rightarrow$ $\cos x$ و $\sin x$ $\rightarrow$ $0 \leq \cos x \leq 1$ $\rightarrow$ $\sin x$ و $\cos x$ $\rightarrow$ $0 \leq \cos x \leq 1$

مثال: $f(x) = x^2 + 1$ $\rightarrow$ $x \leq 0$ $\rightarrow$ $D_f = (-\infty, 0]$ $\rightarrow$ $f(x) = x^2 + 1$ $\rightarrow$ $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$ $\rightarrow$ $f(-x) = f(x)$ $\rightarrow$ $f(-x) \neq f(x)$ $\rightarrow$ $f(-x) \neq -f(x)$

مثال: $f(x) = x^2 + 1$ $\rightarrow$ $x \leq 0$ $\rightarrow$ $D_f = (-\infty, 0]$ $\rightarrow$ $f(x) = x^2 + 1$ $\rightarrow$ $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$ $\rightarrow$ $f(-x) = f(x)$ $\rightarrow$ $f(-x) \neq f(x)$ $\rightarrow$ $f(-x) \neq -f(x)$

مثال: $g(x) = x^2 + 1$ $\rightarrow$ $x \leq 0$ $\rightarrow$ $D_f = (-\infty, 0]$ $\rightarrow$ $f(x) = x^2 + 1$ $\rightarrow$ $f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$ $\rightarrow$ $f(-x) = f(x)$ $\rightarrow$ $f(-x) \neq f(x)$ $\rightarrow$ $f(-x) \neq -f(x)$

$\rightarrow$ $R_f = [1, 2]$ $\rightarrow$ $1 \leq y \leq 2$ $\rightarrow$ $0(x)$ $\rightarrow$ $0(x)$ $\rightarrow$ $0(x)$

④ $f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{a\}$

$f(x) = \frac{2x-1}{x-1} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$ $\rightarrow y = \frac{2x-1}{x-1} \rightarrow 2x-1 = yx-y \rightarrow 2x-yx = 1-y \rightarrow x(2-y) = 1-y$

تابع یک به یک
و
پوشش
دارد
چون
برای
هر
عدد
a
در
مجموعه
codomain
می‌توانیم
پیدا
کنیم
یک
عدد
x
در
مجموعه
domain
که
f(x)=a
باشد.

$\rightarrow x = \frac{1-y}{2-y}$ $\rightarrow y^{-1} = \frac{1-x}{2-x} \rightarrow D_{f^{-1}} = \mathbb{R} - \{2\} = R_f$
 $D_f = \mathbb{R} - \{1\} = R_{f^{-1}}$

اثبات یک به یک بودن $\rightarrow f(x_1) = f(x_2) \rightarrow \frac{2x_1-1}{x_1-1} = \frac{2x_2-1}{x_2-1} \rightarrow (2x_1-1)(x_2-1) = (2x_2-1)(x_1-1)$
 $\rightarrow 2x_1x_2 - 2x_1 - x_2 + 1 = 2x_2x_1 - 2x_2 - x_1 + 1 \rightarrow -2x_1 - x_2 + 1 = -2x_2 - x_1 + 1 \rightarrow x_2 = x_1 \rightarrow$ یک به یک ✓
 $f: \mathbb{R} - \{1\}$

$g(x) = f(x) \xrightarrow{if} \textcircled{1} D_f = D_g$
 $\textcircled{2} \exists a \in D_f : f(x) = g(x)$

مثال: $f(x) = 1 \rightarrow D_f = \mathbb{R}$
 $g(x) = \frac{x}{x} \rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{0\}$
 $\xrightarrow{پس} D_f \neq D_g \rightarrow f(x) \neq g(x)$

تساوی تابع:
 $\frac{x}{x} = 1 \checkmark$

مثال: $f(x) = \log x^2 \rightarrow D_f = x^2 > 0 = \mathbb{R} - \{0\}$
 $g(x) = 2 \log x \rightarrow D_g = x > 0 = (0, +\infty)$
 $\rightarrow D_f \neq D_g \rightarrow f(x) \neq g(x)$

تغییر $\rightarrow \log x^2 = 2 \log x \checkmark$
 D_x

$$\log x^r = r \log x \checkmark$$

$$y = f(x), y = g(x) \rightarrow D_{f \pm g} = D_f \cap D_g \rightarrow \frac{D_f}{D_g} = (D_f \cap D_g) - \{g(x) = 0\}$$

$$(f \pm g)_x = f(x) \pm g(x) \quad \left(\frac{f}{g}\right)_x = \frac{f(x)}{g(x)}$$

اعمال جبری و توابع

$$f(x) = \frac{x-1}{x-2} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow D_{f \pm g} = \mathbb{R} - \{2\} \cap \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R} - \{0, 2\}$$

$$g(x) = \frac{x-2}{x-0} \rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{0\} \cdot (f \cdot g)(x) = \frac{x-1}{x-2} \times \frac{x-2}{x-0} = \frac{x-1}{x-0}$$

$$\frac{D_f}{D_g} = D_{f \cdot g} - \left\{ \frac{x-1}{x-2} = 0 \right\} = \mathbb{R} - \{0, 2\} - \left\{ \frac{x-1}{x-2} = 0 \right\} = \mathbb{R} - \{0, 2, 1\} \rightarrow \left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{\frac{x-2}{x-0}}{\frac{x-1}{x-2}} =$$

مقتضی اینکه که صفر نشود ← صورت = 0
 $x-1=0 \rightarrow x=1$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_{g \cdot f} - \{g(x) = 0\} = \mathbb{R} - \{0, 2\} - \left\{ \frac{x-2}{x-0} = 0 \right\} = \mathbb{R} - \{0, 2, 2\} \rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{\frac{x-1}{x-2}}{\frac{x-2}{x-0}} =$$

$x-2=0$
 $x=2$

⑤ $y = f(x) : f : A \rightarrow B \rightarrow B \subseteq C \rightarrow g \circ f(x) = g(f(x))$, $D_{g \circ f} = \{x \in D_f : f(x) \in D_g\}$ ترکیب دو تابع :
 $y = g(x) : g : C \rightarrow D$
 $A \rightarrow D$

مثال: $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1} \rightarrow D_{f \circ g} \rightarrow D_{f \circ g} = \{x \in D_g : g(x) \in D_f\} = \{x \in [-5, +\infty) : \sqrt{x+1} \in \mathbb{R} - \{\pm 1\}\}$
 $g(x) = \sqrt{x+1}$ $f \circ g$
 $D_f : x^2 - 1 \neq 0 \rightarrow x \neq \pm 1$
 $x+1 \geq 0 \rightarrow x \geq -1 : D_g$
 $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x+1})$
 $= \frac{1}{(\sqrt{x+1})^2 - 1} = \frac{1}{x}$
 $\sqrt{x+1} \neq \pm 1 \rightarrow x+1 \neq 1 \rightarrow x \neq 0$
 $\rightarrow D_{f \circ g} = [-1, 0) \cup (0, +\infty)$

مثال: $f = \{(1, 6), (2, 7), (3, 1), (4, 5)\}$ $f \circ g(x) = f(g(x)) = \{(5, 1), (2, -1), (1, 6), (3, 7)\}$
 $g = \{(5, 1), (2, 1), (1, 4), (3, 2)\}$
 $g \circ f(x) = g(f(x)) = \{(1, 3), (2, 0), (3, 4), (4, 1)\}$

مجموعه مقادیر
 $f : A \rightarrow B$
 $y = f(x)$
 $R_f = B \rightarrow$ تابع
 $f(A) = B$ پوشا

مثال: $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \rightarrow$ تابع زوج
 $f(x) = x^2$
 $D_f = \mathbb{R}$
 $y = x^2 \geq 0 \rightarrow y \geq 0 \rightarrow R_f = [0, +\infty) = \mathbb{R}$
مثال: $g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ \rightarrow (0, +\infty)$

تابع پوشا: f پوشا نیست

$f: A \rightarrow B$
 $y = f(x)$
 $f(A) = B$

$g \circ f(x) = g(f(x)) = \{(1,1), (2,1), (3,-1), (4,-1)\}$

تابع پیمایش: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = x^2$
 $D_f = \mathbb{R}$
 $R_f = [0, +\infty) = \mathbb{R}$

مثال: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = x^2$
 $D_f = \mathbb{R}$
 $R_f = [0, +\infty) = \mathbb{R}$

مثال: $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ \Rightarrow (0, +\infty)$
 $g(x) = x^2$
 $D_g = \mathbb{R}^+$
 $R_g = (0, +\infty) = \mathbb{R}^+$

نکته: رابطه دایره ای در آن همان دایره اول و دوم است و دایره اول و دوم یک دایره هستند. باید عملیات تابع را بنویسند.

تابع $f(x) = x^2 + (x-1)^2 = 0$

نکته: در مسائل به شکل $f(g(x)) = h(x)$ که $f(x)$ را می‌خواهیم پیدا کنیم باید $g(x) = t$ بگذاریم و x را بر حسب t بنویسیم و در نهایت t را به x تبدیل کنیم.

$f\left(\frac{x-2}{x+1}\right) = \frac{x-1}{2x}$ و $f(x) = ? \rightarrow g(x) = t \rightarrow \frac{x-2}{x+1} = t \rightarrow x-2 = t(x+1) \rightarrow x-2 = tx+t \rightarrow x-tx = t+2 \rightarrow x = \frac{t+2}{1-t}$

$g(x) \rightarrow f(t) = \frac{\frac{t+2}{1-t} - 1}{2\left(\frac{t+2}{1-t}\right)} = \frac{t+1}{2t+2} \rightarrow f(x) = \frac{2x+1}{2x+2}$

⑥

$$\log_a N \rightarrow \begin{cases} N \geq 1 \leftrightarrow \log_a N \leq 0 \\ N \leq 1 \leftrightarrow \log_a N \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} N \geq 1 \leftrightarrow \log_a N \leq 0 \\ N \leq 1 \leftrightarrow \log_a N \geq 0 \end{cases}$$

کے

- اگر A و B ترتیباً m و n عضو باشند آنگاه مقدار $\log_b a$ از B برابر $\frac{m}{n}$

• تینک رابطہ است A و B صہین $AX \cap B \neq \emptyset$

$$\sin \chi = \sin \alpha \rightarrow \chi = \arcsin \alpha, \chi = \pi - \arcsin \alpha$$

$$\sin x = \pm 1 \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{2}$$

$$\sin X_{z_0} \rightarrow X = k\pi$$

$$\cos \chi \pm \cos \alpha \rightarrow \chi = \pi \pm \alpha$$

$$\cos x = 1 \rightarrow x = 2k\pi$$

$$\cos K = -1 \rightarrow K = \pi + 2\pi n$$

$$\cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\tan x = \tan a$$

$$\chi = k_{\chi} \alpha$$

$$D_f = R - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$$

$$D_f = R - \left\{ \frac{d}{c} \right\}$$

$$y = \frac{ax+b}{cx+d}$$

۴۔ بطور کلی در تبعیض همگراؤں میں

- دامنه تابع $\sin x$ و $\cos x$ $\mathbb{R}$ است

$$f^{-1}(x) = f(x) \text{ if } a+d=0 \quad \text{if } f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \quad \sim \sim \sim \sim \sim \sim \sim$$

$$\underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{\text{تعداد زوج}}(x) = x \quad \underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{\text{تعداد فرد}}(x) = f(x)$$

- تابعی کہ اَلْبِدَائِلُ رَا حَتَّائِكَ بِحَبِيبِ رَا

~ ~ یکتا بیست است ایست الیائیلینو انباشد

[illegible]

$$\cos \chi = 0 \rightarrow \chi = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Lambda \approx K \Lambda_{+B}$$

$$y = \frac{ax+b}{cx+d}$$

۴۔ بطور کلی در شمع ہر گرام ایک

- دالة $\cos x$ و $\sin x$ $\in \mathbb{R}$

- تاہی کہ اَلْبَدَا یَلْتَرَا فَتَآیِلُ بِحَبِیْلِی

~ ~ يَكْفِيكَ لَسْتُ بِمَنْ لَسْتُ إِلَيْهَا لَيْتُوا نَبَاتُ

- اگر ایسا کیوں ہے ایک بیک سے اعلیٰ میں پیر

- اگر f معوضی (نزلی) باشد آنگاه $f - \frac{1}{f}$ نزلی (معوضی) است

تَرْكِيبِ دَوَائِعِ = تَابِعِ مَعْرُوفٍ + مَثَلِ الْجَمْعِ دَوَائِعِ مَحْذُورِ
 اے نہ تَنْزِیْلِ = -

$(+)+(+)=+$ معرور

- تنهائی کے لیے ہم زنج و مسدود $f(x) = 0$ و $f(x) = \left[\frac{x^2}{x^2 + a} \right]$ و $a = 7$ ہم زنج و مسدود

- ترکیب دو تابع ضرر، مضر است

- توانی بصورت $f(x) = \frac{a+x}{b-x}$ و $f(x) = \frac{a-x}{b+x}$ بنویس

$f+g$	فعل مضارع	فعل مضارع	فعل مضارع
$f-g$	فعل مضارع	فعل مضارع	فعل مضارع
$f+g$	فعل مضارع	فعل مضارع	فعل مضارع
$f-g$	فعل مضارع	فعل مضارع	فعل مضارع

تابع $f(x) = \log(x + \sqrt{x^2 + a})$ را در نظر بگیرید

باسمہ تعالیٰ

$$f(x) = \sqrt{1-x^2} \quad \text{or} \quad \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad \text{or} \quad \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

7

تابع های بی نهایت

$e = 2.718$

$$(1) \sinh a = \frac{e^a - e^{-a}}{2}$$

$$(2) \cosh a = \frac{e^a + e^{-a}}{2}$$

$$(3) \tanh a = \frac{\sinh a}{\cosh a} = \frac{e^a - e^{-a}}{e^a + e^{-a}}$$

$$(4) \cosh^2 a - \sinh^2 a = 1$$

$$(5) \sinh^{-1} a = \ln(a + \sqrt{a^2 + 1})$$

$$(6) \cosh^{-1} a = \ln(a + \sqrt{a^2 - 1})$$

$$(7) \tanh^{-1} a = \frac{1}{2} \ln \frac{1+a}{1-a}$$