

فعالیت :

یکی از کاربردهای مهم عبارت های جبری، تبدیل شکل کلامی قوانین و قواعد ریاضی به صورت علائمی است که در همه جای دنیا قابل درک باشد. به عنوان مثال شما در سال گذشته یاد گرفتید که در ضرب دو عدد توان دار با پایه های مساوی، یکی از پایه ها می نویسیم و توان ها را با هم جمع می کنیم. حال این عبارت طولانی را می توان به صورت خلاصه نوشت.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

۳, ۵, ۷, ۹, ...

 $2n+1$ و یا در سال گذشته جمله n الگوهای عددی را می نوشتید.

تمرین (۱):

هر یک از جملات زیر را به صورت عبارت جبری بنویسید.

الف) هر عدد به توان یک، برابر خود عدد می شود.

ب) در ضرب اعداد توان دار با توان های مساوی، پایه ها در هم ضرب می شوند و یکی از توان ها نوشته می شوند.

۲, ۵, ۸, ۱۱, ...

ج) جمله n ام الگوهای عددی زیر را بنویسید.

۱, ۴, ۹, ۱۶, ...

فعالیت :

شکل زیر ضرب یک عدد در پرانتز را نشان می دهد.

$$5(a+b) = 5a + 5b$$

به مثال های زیر دقت کنید. (فلش ها فقط جهت راهنمایی است. کشیدن آنها اجباری نیست)

$$\overrightarrow{3(2x - 5y)} = 6x - 15y$$

در ضرب حتماً به علامت ها بسیار توجه داشته باشید.

$$\overrightarrow{3(2m - 3n)} - \overrightarrow{5(m - 2n)} = 6m - 9n - 5m + 10n = 1m + 1n$$

تمرین (۲):

ضرب های زیر را انجام دهید.

$$4(3a - 5b) =$$

$$-3(2x - 5y + 1) =$$

$$2(3a - 5) - 3(4a + 1) =$$

$$-8(2x + 3y - 2) + 2(5x - y + 3) =$$

فعالیت :

در ضرب دو جمله در عبارت های جبری از قانون ساده کردن عبارت های توان دار که در ابتدا همین خود آموز گفته شد استفاده می کنیم. به مثال زیر دقت کنید.

$$(-3a^2b^3)(4ab^2) = -12a^3b^5 \quad a^2 \times a^1 = a^3 \quad b^3 \times b^2 = b^5$$

تمرین (۳):

ضرب های زیر را انجام دهید.

$$(3x^2y^5)(5x^3y^2) = \quad (-4a^5b)(-3b^3) =$$

فعالیت :

در سال قبل برای ساده کردن عبارت های جبری یاد گرفتید که جمله های متشابه (جمله هایی که همه قسمت های حرفی آنها یکی هستند) را باید در نظر بگیرید و جمع کنید. حالا با توجه به اینکه توان نیز روی حروف قرار می گیرد. بیشتر دقت کنید. به عنوان مثال جمله $5a$ با جمله $3a^2$ متشابه نیستند. به ساده شدن عبارت جبری زیر دقت کنید.

$$3a^2 + 5a^2b + 4a + 2a^2b - 6a^2 - 2ab^2 = -3a^2 + 7a^2b + 4a - 2ab^2$$

جملات متشابه با رنگ های یکسان نشان داده شده اند و آنهایی که سیاه هستند متشابه نیستند. مشاهده می کنید که جمله $5a^2b + 2ab^2$ با جمله $-2ab^2$ متشابه نیستند. می توانید علت را به راحتی پیدا کنید.

(به یاد داشته باشید که هر گاه کنار حرف انگلیسی عدد نبود، مقدار آن عدد یک است.)

تمرین (۴):

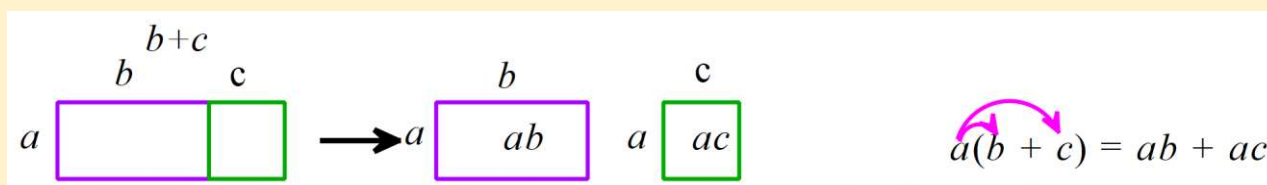
عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$2x^3 - 5x^5y + 3x^2 + 5x^5y - 5x^3 =$$

$$5a - 3a^3 + 4a^2 - 2a^2 + a =$$

فعالیت :

حالا می خواهیم یک حرف را در پرانتز ضرب کنیم. با توجه به مساوی بودن مساحت ها باز هم می توان از شکل استفاده کرد.



مشاهده می کنید این ضرب هم همانند روش قبلی است. به مثال های زیر دقت کنید.

$$2a(a+b) = 2aa + 2ab = 2a^2 + 2ab$$

$$3x(5x-2) = 15x^2 - 6x$$

تمرین (۵):

ضرب های زیر را انجام دهید.

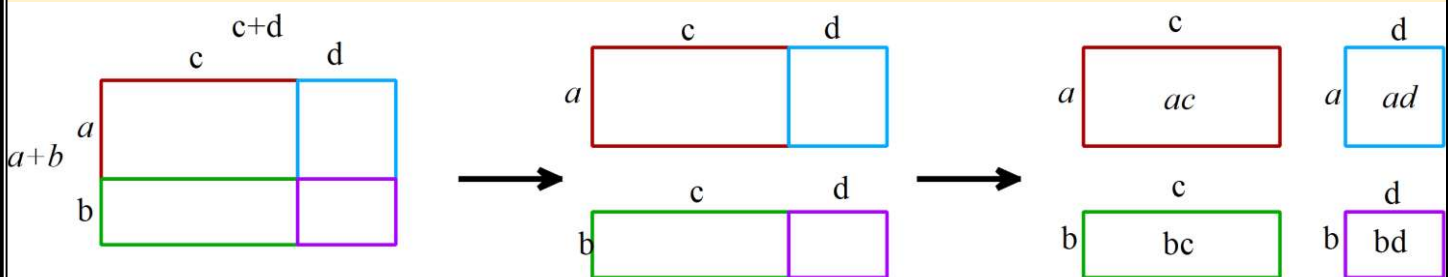
$$3a(5a - 2b) =$$

$$-4m(2m - 5) =$$

$$3x(5x - 2y + 3) =$$

فعالیت :

در ضرب دو جمله ای در دو جمله ای به شکل زیر دقت کنید.



$$(a + b)(c + d) =$$

$$a(c + d) + b(c + d) =$$

$$ac + ad + bc + bd$$

و در نتیجه می توان به صورت خلاصه این ضرب را انجام داد.

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

به مثال زیر به دقت توجه کنید.

$$(2x + 3y)(5x - 4y) = 1 \cdot x^2 - 8xy + 15yx - 12y^2$$

دو جمله $-8xy$ و $15yx$ متشابه هستند. دقت کنید جا به جایی ایرادی ندارد. در نتیجه

$$(2x + 3y)(5x - 4y) = 1 \cdot x^2 - 8xy + 15yx - 12y^2 = 1 \cdot x^2 + 7xy - 12y^2$$

توجه داشته باشید که ساده شدن ضرب دو جمله ای در دو جمله ای بستگی به حروف دارد و همیشه انجام نمی شود.

تمرین (۶):

ضرب های زیر را انجام داده و در صورت امکان ساده کنید.

$$(a + 3)(a + 3) =$$

$$(x + y)(x + z) =$$

$$(2a + 3b)(3a + 5b) =$$

$$(3x + 2)(3x - 2) =$$

تمرین (۱):

هر یک از جملات زیر را به صورت عبارت جبری بنویسید.

الف) هر عدد به توان یک، برابر خود عدد می شود. $a^1 = a$

ب) در ضرب اعداد توان دار با توان های مساوی، پایه ها در هم ضرب می شوند و یکی از توان ها نوشته می شوند.

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

ج) جمله n ام الگوهای عددی زیر را بنویسید.

۲, ۵, ۸, ۱۱, ...

$$3n - 1$$

۱, ۴, ۹, ۱۶, ...

$$nn = n^2$$

تمرین (۲):

ضرب های زیر را انجام دهید.

$$4(3a - 5b) = 12a - 20b$$

$$-3(2x - 5y + 1) = -6x + 15y - 3$$

$$2(3a - 5) - 3(4a + 1) = 6a - 10 - 12a - 3 = -6a - 13$$

$$-5(2x + 3y - 2) + 2(5x - y + 3) = -10x - 15y + 10 + 10x - 2y + 6 = -17y + 16$$

تمرین (۳):

ضرب های زیر را انجام دهید.

$$(3x^2y^5)(5x^3y^2) = 15x^5y^7$$

$$(-4a^5b)(-3b^3) = +12a^5b^4$$

تمرین (۴):

عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$2x^3 - 5x^5y + 3x^2 + 5x^5y - 5x^3 = -3x^3 + 3x^2$$

$$5a - 3a^3 + 4a^2 - 2a^2 + a = 6a + 2a^2 - 3a^3$$

تمرین (۵):

ضرب های زیر را انجام دهید.

$$3a(5a - 2b) = 15a^2 - 6ab$$

$$-4m(2m - 5) = -8m^2 + 20m$$

$$3x(5x - 2y + 3) = 15x^2 - 6xy + 9x$$

تمرین (۶):

ضرب های زیر را انجام داده و در صورت امکان ساده کنید.

$$(a + ۳)(a + ۳) = a^۲ + ۳a + ۳a + ۹ = a^۲ + ۶a + ۹$$

$$(x + y)(x + z) = x^۲ + xz + yx + yz$$

$$(۲a + ۳b)(۳a + ۵b) = ۶a^۲ + ۱۰ab + ۹ab + ۱۵b^۲ = ۶a^۲ + ۱۹ab + ۱۵b^۲$$

$$(۳x + ۲)(۳x - ۲) = ۹x^۲ - ۶x + ۶x - ۴ = ۹x^۲ - ۴$$

فعالیت:

فرض کنید عبارت $3x + 2$ همانند یک ماشین است که هر عددی را که دریافت می کند، ابتدا در عدد ۳ ضرب می کند و حاصل را با عدد ۲ جمع می کند. به عنوان مثال اگر عدد ۱ را به ماشین وارد کنیم، عدد ۵ خروجی آن است.

$$\text{خروجی } 5 \rightarrow 3x + 2 \rightarrow 3 \times (1) + 2 = 3 + 2 = 5 \text{ ورودی } 1$$

در این مثال مقدار ورودی را با x و مقدار خروجی را با y و عملکرد ماشین را با عبارت $y = 3x + 2$ نشان می دهند.

تمرین (۱):

فرض کنید ماشینی عملکردی به صورت $y = 5x - 1$ دارد.

الف) ابتدا این عملکرد را به صورت کلامی توضیح دهید.

ب) اگر عدد ۳ را به ماشین وارد کنیم، خروجی آن را حساب کنید.

فعالیت:

کار ماشین را می توان به شکل زیر هم نمایش داد. x ورودی است و مقدار y خروجی این ماشین است.

$$x = 2 \rightarrow \boxed{y = -2x + 3} \rightarrow y = -1$$

$$\quad \quad \quad -2 \times (2) + 3 = -4 + 3 = -1$$

تمرین (۲):

عدد x به ماشین های زیر وارد، و عدد y از آنها خارج می شود. با توجه به کاری که این ماشین ها انجام می دهند، عددهای خروجی را بنویسید.

$$x = -3 \rightarrow \boxed{y = 2x - 1} \rightarrow y =$$

$$x = -5 \rightarrow \boxed{y = -4x - 3} \rightarrow y =$$

فعالیت:

با توجه به همان عملکرد ماشین ها و روابط بین x و y می توان جدول های زیر را نیز کامل کرد. به آن دقت کنید.

$y = 2x - 3$	
x	y
۲	$2 \times (2) - 3 = 4 - 3 = 1$
-۳	$2 \times (-3) - 3 = -6 - 3 = -9$
.	$2 \times (.) - 3 = . - 3 = -3$

تمرین (۳):

با توجه به جدول های زیر و رابطه x و y ، جاهای خالی را کامل کنید.

$y = x - 5$	
x	y
-5	
4	
5	

$y = 2x + 4$	
x	y
2	
-3	
-4	

$y = -2x - 1$	
x	y
1	
-3	
0	

$y = -5x + 7$	
x	y
-2	
1	
2	

فعالیت:

گاهی هم ممکن است که خروجی یک ماشین مشخص باشد و مقدار ورودی از ما خواسته شود. به مثال زیر توجه کنید.

$$y = 2x - 3, \quad y = 7 \rightarrow x = ?$$

برای اینکه مقدار ورودی را بفهمیم می توانیم از روش حدس و آزمایش کمک بگیریم، تا به جواب برسیم.

$y = 2x - 3$		
x	y	
2	$2 \times (2) - 3 = 4 - 3 = 1$	x
4	$2 \times (4) - 3 = 8 - 3 = 5$	x
5	$2 \times (5) - 3 = 10 - 3 = 7$	✓

$$x = 5$$

در نتیجه ورودی باید عدد 5 باشد. یعنی

روش دیگری نیز وجود دارد که از طریق حل معادله است. البته معادله را در پایه هفتم آموخته اید.

$$2x - 3 = 7$$

$$2x = 7 + 3 = 10$$

$$x = \frac{10}{2} = 5$$

تمرین (۴):

در عبارت های زیر مقدار ورودی را پیدا کنید.

$$y = 4x + 1, \quad y = 21 \rightarrow x =$$

$$y = -3x + 1, \quad y = -8 \rightarrow x =$$

تمرین (۵):

جدول مقابل را کامل کنید.

$y = 4x - 5$	
x	y
-۵	
$\frac{1}{4}$	
	-۱۳
	۳۵

فعالیت:

به الگوهای عددی زیر و جمله n ام آنها دقت کنید.

۲, ۴, ۶, ۸, ۱۰, ۱۲, ...

$2n$

۱, ۳, ۵, ۷, ۹, ۱۱, ...

$2n - 1$

ردیف اول همه مضرب ۲ هستند، از قبل می دانید که به این اعداد زوج طبیعی گفته می شود.

ردیف دوم نیز اعداد فرد طبیعی هستند.

در نتیجه اعداد زوج و فرد را می توان با عبارت جبری نمایش داد. (n عددی طبیعی است).

اعداد فرد طبیعی $2n - 1$

اعداد زوج طبیعی $2n$

آیا عبارت جبری $6m$ نیز عددی زوج است. می دانیم هر عددی طبیعی اگر مضرب ۲ باشد، عددی زوج است. در نتیجه:

$6m = 2(3m)$ عبارت داخل پرانتز هر عدد طبیعی ای که باشد چون در عدد ۲ ضرب شده حاصل عددی زوج است.

تمرین (۶):

نشان دهید عبارت جبری ab عددی زوج است. (a و b طبیعی هستند).

تمرین (۷):

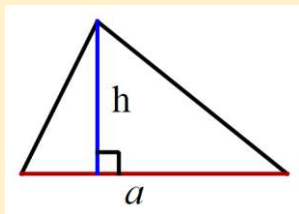
نشان دهید حاصل ضرب عددی زوج در عددی فرد همواره عددی زوج است.

$2n(2m - 1)$

یا نشان دهید عبارت مقابل عددی زوج است.

فعالیت:

یکی از کاربردهای مهم مقدار عددی یک عبارت جبری، محاسبه محیط و مساحت و یا حجم است. برای مثال می دانیم رابطه به دست آوردن مساحت مثلث به صورت زیر است.

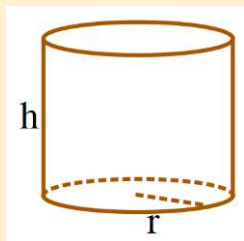


$$S = \frac{ah}{2} \quad (\text{مساحت مثلث برابر است با حاصل ضرب قاعده در ارتفاع تقسیم بر } 2)$$

حال اگر در مثلث $a = 10$ و $h = 6$ باشد. مساحت را می توان به صورت زیر حساب کرد.

$$S = \frac{ah}{2} \rightarrow S = \frac{10 \times 6}{2} = 30$$

حجم منشور ها را در پایه هفتم آموختید که برابر با حاصل ضرب مساحت قاعده در ارتفاع بود. به عنوان مثال حجم استوانه به صورت زیر است.



$$V = Sh \rightarrow V = (\pi r^2)h$$

(مساحت دایره برابر است با شعاع ضرب در شعاع ضرب در عدد پی (۳/۱۴))

حال اگر استوانه ای به شعاع ۵ و ارتفاع ۸ سانتیمتر داشته باشیم.

$$r = 5, \quad h = 8, \quad \pi \approx 3 \rightarrow V = (\pi r^2)h \rightarrow V = (3 \times 5^2) \times 8 = 75 \times 8 = 600$$

تمرین (۸):

الف) مساحت لوزی برابر است با حاصل ضرب دو قطر آن تقسیم بر ۲، اگر قطر های لوزی را با a, b نشان دهیم. مساحت لوزی را با یک عبارت جبری نشان دهید.

ب) اگر $a = 5$ و $b = 12$ باشد مساحت این لوزی را حساب کنید.

تمرین (۱):

فرض کنید ماشینی عملکردی به صورت $y = 5x - 1$ دارد.

الف) ابتدا این عملکرد را به صورت کلامی توضیح دهید. عدد ورودی در ۵ ضرب می شود و سپس یک واحد کم می گردد.

$$5 \times (3) - 1 = 15 - 1 = 14$$

ب) اگر عدد ۳ را به ماشین وارد کنیم ، خروجی آن را حساب کنید.

تمرین (۲):

عدد x به ماشین های زیر وارد ، و عدد y از آنها خارج می شود. با توجه به کاری که این ماشین ها انجام می دهند، عددهای خروجی را بنویسید.

$$x = -3 \rightarrow \boxed{y = 2x - 1} \rightarrow y = -7$$

$$2 \times (-3) - 1 = -6 - 1 = -7$$

$$x = -5 \rightarrow \boxed{y = -4x - 3} \rightarrow y = +17$$

$$-4 \times (-5) - 3 = +20 - 3 = +17$$

تمرین (۳):

با توجه به جدول های زیر و رابطه x و y ، جاهای خالی را پر کنید.

$y = x - 5$	
x	y
-۵	$(-5) - 5 = -10$
۴	$(4) - 5 = -1$
۵	$(5) - 5 = 0$

$y = 2x + 4$	
x	y
۲	$2 \times (2) + 4 = 4 + 4 = 8$
-۳	$2 \times (-3) + 4 = -6 + 4 = -2$
-۴	$2 \times (-4) + 4 = -8 + 4 = -4$

$y = -2x - 1$	
x	y
۱	$-2 \times (1) - 1 = -2 - 1 = -3$
-۳	$-2 \times (-3) - 1 = +6 - 1 = +5$
۰	$-2 \times (0) - 1 = 0 - 1 = -1$

$y = -5x + 7$	
x	y
-۲	$-5 \times (-2) + 7 = +10 + 7 = +17$
۱	$-5 \times (1) + 7 = -5 + 7 = +2$
۲	$-5 \times (2) + 7 = -10 + 7 = -3$

تمرین (۴):

در عبارت های زیر مقدار ورودی را پیدا کنید.

$$y = 4x + 1, \quad y = 21 \rightarrow x = 5$$

$$4x + 1 = 21$$

$$4x = 21 - 1 = 20$$

$$x = \frac{20}{4} = 5$$

$$y = -3x + 1, \quad y = -8 \rightarrow x = 3$$

$$-3x + 1 = -8$$

$$-3x = -8 - 1 = -9$$

$$x = \frac{-9}{-3} = 3$$

تمرین (۵):

جدول مقابل را کامل کنید.

$y = 4x - 5$	
x	y
-۵	-۲۵
$\frac{1}{4}$	-۴
-۲	-۱۳
۱۰	۳۵

تمرین (۶):

نشان دهید عبارت جبری λab عددی زوج است. (a و b طبیعی هستند).

$$\lambda ab = 2(4ab)$$

تمرین (۷):

نشان دهید حاصل ضرب عددی زوج در عددی فرد همواره عددی زوج است.

یا نشان دهید عبارت مقابل عددی زوج است.

$$2n(2m-1)$$

$$2n(2m-1) = 2(n(2m-1))$$

تمرین (۸):

الف) مساحت لوزی برابر است با حاصل ضرب دو قطر آن تقسیم بر ۲، اگر قطرهای لوزی را با a, b نشان دهیم. مساحت

$$S = \frac{ab}{2}$$

لوزی را با یک عبارت جبری نشان دهید.

$$S = \frac{12 \times 5}{2} = 30$$

ب) اگر $a = 5$ و $b = 12$ باشد مساحت این لوزی را حساب کنید.

فعالیت :

در درس قبلی چگونگی ضرب در پرانتز را یاد گرفتید. این عمل را خاصیت توزیع پذیری نیز می نامند.

$$a(b + c) = ab + ac$$

برعکس این عمل را تجزیه می نامند. (تبدیل به ضرب)

$$ab + ac = a(b + c)$$

به مثال های زیر که عبارت ها تجزیه شده اند دقت کنید.

$$5xy + 2xz = x(5y + 2z)$$

$$2a - ab = a(2 - b)$$

$$m + 3mn = m(1 + 3n)$$

تمرین (۱):

عبارت های زیر را تجزیه کنید. (به ضرب تبدیل کنید).

$$3ab - 2ac =$$

$$xy - 5y =$$

$$4xy - 5xz + x =$$

فعالیت:

همانطور که مشاهده کردید در تجزیه عاملی که تکرار می شود بسیار مهم است. این عامل علاوه بر متغیر ها (حروف انگلیسی)، در مضرب ها (اعداد) هم می تواند باشد. در اینجا از (ب.م.م) یا همان بزرگترین شمارنده مشترک استفاده می کنیم. به مثال های زیر دقت کنید.

$$6ab + 9ac = 3a(2b + 3c)$$

$2 \times 3 \quad 3 \times 3$

$$15x - 20xy = 5x(3 - 4y)$$

$3 \times 5 \quad 4 \times 5$

تمرین (۲): عبارت های زیر را تجزیه کنید. (به ضرب تبدیل کنید).

$$6a + 4ab =$$

$$14xy - 21xz =$$

$$10mn - 20mp + 30m =$$

فعالیت:

در عبارت های توان دار هم می توان تجزیه را انجام داد. به مثال های زیر دقت کنید.

$$5a^2 - 2ab = a(5a - 2b)$$

aa

$$3x^3y^5 - 5x^5y^4 = x^3y^4(3y - 5x^2)$$

$y \times y^4 \quad x^3 \times x^2$

مشاهده می کنید در عبارت هایی که توان دار هستند. برای تجزیه، در متغیرهای تکراری، متغیری که توان کمتر دارد به عنوان (ب.م.م) انتخاب می شود.

تمرین (۳): عبارت های زیر را تجزیه کنید. (به ضرب تبدیل کنید).

$$3x^2 + 5xy =$$

$$a^2b - ab^2 =$$

$$3x^3y^2 + xy^4 =$$

فعالیت:

در تجزیه عبارت های جبری دوکار مهم را باید انجام داد. اول یافتن (ب.م.م) و بعد نوشتن باقی جملات در پرانتز. به مثال های زیر دقت کنید تا تجزیه عبارت های گویا را به طور کامل یاد بگیرید.

$$1 \cdot x^2 - 2 \cdot xy = 1 \cdot x(1x - 2y)$$

$$1 \times 1 \cdot x \times x \quad 2 \times 1 \cdot$$

$$12a^2b^3 - 16a^5bc = 4a^2b(3b^2 - 4a^3c)$$

$$3 \times 4 \quad b \times b^2 \quad 4 \times 4 \quad a^2 \times a^3$$

تمرین (۴):

عبارت های زیر را تجزیه کنید. (به ضرب تبدیل کنید).

$$15ab + 5a^2 =$$

$$12x^2y^5 + 18x^6y^4 =$$

فعالیت:

می خواهیم بدانیم عبارت جبری $(a+b)^2$ چگونه محاسبه می شود. اولین چیزی که به نظر شما می رسد چیست؟ شاید راه حل مقابل به فکرتان رسیده باشد.

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2$$

بیا ببینیم آن را بررسی کنیم. ساده ترین روش مثال عددی است.

$$(3+4)^2 = 7^2 = 49, \quad 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

مشاهده کردید که این روش درست نیست. شما هم می توانید با چند عدد دیگر این بررسی را انجام داده و نادرست بودن آن را بفهمید.

حال چه باید کرد؟ به مفهوم توان برمی گردیم، x^2 یعنی چه؟ همانطور که در درس توان سال قبل خواندید. $x^2 = x \times x$ در نتیجه می توان به صورت زیر $(a+b)^2$ را محاسبه کرد.

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + \underline{ab} + \underline{ba} + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

بیا ببینیم این روش را نیز مانند بالا به کمک مثال عددی بررسی کنیم.

$$(3+4)^2 = 7^2 = 49, \quad 3^2 + 2 \times 3 \times 4 + 4^2 = 9 + 24 + 16 = 49$$

مشاهده می کنید که این بار درست است. در نتیجه این شیوه قابل قبول است. به مثال های زیر توجه کنید.

$$(2a+3b)^2 = (2a+3b)(2a+3b) = 4a^2 + \underline{6ab} + \underline{6ab} + 9b^2 = 4a^2 + 12ab + 9b^2$$

$$(x-5)^2 = (x-5)(x-5) = x^2 - \underline{5x} - \underline{5x} + 25 = x^2 - 10x + 25$$

تمرین (۵):

عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$(2x - y)^2 =$$

$$(5a + 2b)^2 =$$

فعالیت:

به ضرب زیر دقت کنید و روش آن را برای خودتان شرح دهید.

$$(a + 1)(a^3 + 2a^2 + 3) = a^4 + \underline{2a^3} + 3a + \underline{a^3} + 2a^2 + 3 = a^4 + 3a^3 + 2a^2 + 3a + 3$$

تمرین (۶):

ضرب زیر را انجام دهید.

$$(x - 1)(3x^2 + 2x + 1) =$$

فعالیت:

در درس قبل یاد گرفتید که حاصل ضرب دو عدد زوج، عددی زوج است. حالا می خواهیم بررسی کنیم که حاصل جمع دو عدد زوج نیز عددی زوج است. به روابط زیر توجه کنید.

$$2m + 2n = 2(m + n)$$

جواب هم مضربی از ۲ است پس حاصل نیز زوج است.

تمرین (۷):

نشان دهید که مجموع دو عدد فرد مانند $2m - 1$ و $2n - 1$ همواره زوج است.

تمرین (۱):

عبارت های زیر را تجزیه کنید. (به ضرب تبدیل کنید).

$$3ab - 2ac = a(3b - 2c)$$

$$xy - 5y = y(x - 5)$$

$$4xy - 5xz + x = x(4y - 5z + 1)$$

تمرین (۲):

عبارت های زیر را تجزیه کنید. (به ضرب تبدیل کنید).

$$6a + 4ab = 2a(3 + 2b)$$

$$14xy - 21xz = 7x(2y - 3z)$$

$$1 \cdot mn - 2 \cdot mp + 3 \cdot m = 1 \cdot m(n - 2p + 3)$$

تمرین (۳):

عبارت های زیر را تجزیه کنید. (به ضرب تبدیل کنید).

$$3x^2 + 5xy = x(3x + 5y)$$

$$a^2b - ab^2 = ab(a - b)$$

$$3x^3y^2 + xy^4 = xy^2(3x^2 + y^2)$$

تمرین (۴):

عبارت های زیر را تجزیه کنید. (به ضرب تبدیل کنید).

$$15ab + 5a^2 = 5a(3b + a)$$

$$12x^2y^5 + 18x^6y^4 = 6x^2y^4(2y + 3x^4)$$

تمرین (۵):

عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$(5a + 2b)^2 = (5a + 2b)(5a + 2b) = 25a^2 + 1 \cdot ab + 1 \cdot ab + 4b^2 = 25a^2 + 2 \cdot ab + 4b^2$$

$$(2x - y)^2 = (2x - y)(2x - y) = 4x^2 - 2xy - 2xy + y^2 = 4x^2 - 4xy + y^2$$

تمرین (۶):

ضرب زیر را انجام دهید.

$$(x - 1)(3x^2 + 2x + 1) = 3x^3 + 2x^2 + x - 3x^2 - 2x - 1 = 3x^3 - 1x^2 - 1x - 1$$

تمرین (۷):

نشان دهید که مجموع دو عدد فرد مانند $2m - 1$ و $2n - 1$ همواره زوج است.

$$2m - 1 + 2n - 1 = 2m + 2n - 2 = 2(m + n - 1)$$

فعالیت :

در پایه هفتم حل معادله را آموخته اید. هدف در حل معادله یافتن عددی برای x است که تساوی برقرار شود. یکی از روش های حل معادله حدس و آزمایش است. به مثال زیر دقت کنید.

$$5x - 4 = 31$$

x	۱۰	۹	۸	۷
$5x - 4$	$5 \times 10 - 4 =$ $50 - 4 = 46$	$5 \times 9 - 4 =$ $45 - 4 = 41$	$5 \times 8 - 4 =$ $40 - 4 = 36$	$5 \times 7 - 4 =$ $35 - 4 = 31$
بررسی (۳۱)	نادرست	نادرست	نادرست	درست و جواب

در نتیجه پاسخ این معادله عدد ۷ است.

تمرین (۱):

آیا $x = 5$ جواب معادله $8 = 3x - 7$ است؟ چرا؟

فعالیت :

البته برای حل معادله روشی هم وجود دارد که آن را در پایه هفتم آموخته اید. به مثال های زیر دقت کنید. در این روش سعی می شود عبارت های مجهول (عبارت های دارای x) در یک سمت تساوی و عبارت های معلوم (عددها) در طرف دیگر تساوی مرتب شوند. فقط دقت کنید که هر موردی که نسبت به محل اولیه خود به علامت مساوی، جا به جا می شود چه اتفاقی برای علامت آن رخ می دهد؟

$$5x - 4 = 31$$

$$5x = 31 + 4$$

$$5x = 35 \rightarrow x = \frac{35}{5} = 7$$

$$6x + 8 = 2x - 12$$

$$6x - 2x = -8 - 12$$

$$4x = -20 \rightarrow x = \frac{-20}{4} = -5$$

(۴- از سمت چپ تساوی به سمت راست

(۸+ از سمت چپ تساوی به سمت راست رفت و قرینه شد. ۸-

رفت و ۴+ شد.)

هم چنین $2x$ از راست به چپ تساوی رفت و $2x$ - شد.)

برای اینکه بفهمید چرا در تغییر مکان عبارت ها علامت آنها قرینه می شود، می توانید به کتاب پایه هفتم مراجعه کنید.

تمرین (۲):

معادلات زیر را حل کنید.

$$3x + 5 = 17$$

$$7x + 2 = -40$$

$$7x - 3 = 10x + 12$$

فعالیت :

گاهی اوقات ممکن است به معادلاتی برخورد کنید که نیاز داشته باشند که ابتدا با توجه به مطالبی که در عبارت های جبری خوانده اید کارهایی انجام دهید، ضرب کنید یا ساده کنید. سپس معادله را حل کنید. به مثال های زیر و کارهایی که انجام گرفته دقت کنید.

$$5(x-2) = 7x-16$$

$$5x-10 = 7x-16$$

$$5x-7x = +10-16$$

$$-2x = -6 \rightarrow x = \frac{-6}{-2} = +3$$

$$3(2x+6) = 2(2x-4)$$

$$6x+18 = 4x-8$$

$$6x-4x = -18-8$$

$$2x = -26 \rightarrow x = \frac{-26}{2} = -13$$

همانطور که مشاهده کردید، ابتدا عدد در پرانتز ضرب شد و سپس معادله حل گردید.

تمرین (۳): معادلات زیر را حل کنید.

$$3(x-1) = 2(x+2)$$

$$5(3x+1) = 20x+25$$

فعالیت :

در معادلات ممکن است کسر هم ظاهر شود. در این موارد روش به طور کلی تغییر نمی کند. ولی ممکن است هر دانش آموز از طریقی برای حل اقدام کند. ما در زیر دو روش دو دانش آموز را بیان می کنیم. شما می توانید هر کدام که برایتان قابل فهم تر و بهتر است را انتخاب کنید.

روش اول: معادله را به همان صورت کسر حل می کنیم. در اینجا محاسبات اعداد گویا بسیار مهم است.

$$\frac{1}{4}x - \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{4}x = \frac{5}{6} + \frac{2}{3} \quad \left(\frac{5}{6} + \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{5+4}{6} = \frac{9}{6} \right)$$

$$\frac{1}{4}x = \frac{9}{6} \rightarrow x = \frac{\frac{9}{6}}{\frac{1}{4}} = \frac{9}{6} \div \frac{1}{4} = \frac{9^{\cancel{3}}}{6^{\cancel{3}}} \times \frac{4^{\cancel{2}}}{1} = \frac{6}{1} = 6$$

روش دوم: با ضرب کل معادله در مخرج مشترک ، معادله را از حالت کسری خارج می کنیم، بعد حل می کنیم.

$$\frac{1}{4}x - \frac{2}{3} = \frac{5}{6} \quad \times 12 \quad \left(\cancel{12}^3 \times \frac{1}{\cancel{4}^1} = 3, \quad \cancel{12}^4 \times \frac{2}{\cancel{3}^1} = 8, \quad \cancel{12}^2 \times \frac{5}{\cancel{6}^1} = 10 \right)$$

$$3x - 8 = 10$$

$$3x = 10 + 8$$

$$3x = 18 \rightarrow x = \frac{18}{3} = 6$$

توجه داشته باشید که پاسخ معادله که حاصل تقسیم است همیشه دارای جواب عدد صحیح نیست و اگر تقسیم انجام نشد به همان صورت کسر بنویسید. و در حد امکان ساده کنید. برای درک بهتر به مثال زیر هم دقت کنید.

$$-\frac{3}{10}x - \frac{1}{15} = 1 \quad \times 30 \quad (\cancel{30}^3 \times \frac{3}{\cancel{10}^1} = 9, \quad \cancel{30}^2 \times \frac{1}{\cancel{15}^1} = 2, \quad 30 \times 1 = 30)$$

$$-9x - 2 = 30$$

$$-9x = 30 + 2$$

$$-9x = 32 \rightarrow x = \frac{32}{-9} = -\frac{32}{9}$$

تمرین (۴):

معادلات زیر را حل کنید. (انتخاب نوع روش آزاد است).

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{5}x - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$x + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$$

فعالیت :

$$\frac{1}{3} - \frac{2x-3}{2} = \frac{3}{5}$$

به معادله مقابل نگاه کنید.

شاید بگویید که این نوع معادله را با توجه به مطالبی که خوانده اید نمی توانید حل کنید. چون تا به حال در صورت کسر عبارت جبری دارای متغیر ندیده اید. البته ممکن است ظاهر این معادله کمی متفاوت باشد ولی حل آن مانند دیگر معادلات است. فقط نیاز به یک تغییر کوچک دارد. به حل آن دقت کنید تا بفهمید که معادلات همه با یک روش حل می شوند.

$$\frac{1}{3} - \frac{2x-3}{2} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{2}(2x-3) = \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{2}(2x-3) = \frac{3}{5} \quad \times 30 \quad (\cancel{30}^{10} \times \frac{1}{\cancel{3}^1} = 10, \quad \cancel{30}^{15} \times \frac{1}{\cancel{2}^1} = 15, \quad \cancel{30}^6 \times \frac{3}{\cancel{5}^1} = 18)$$

$$10 - 15(2x-3) = 18$$

$$10 - 30x + 45 = 18$$

$$-30x = 18 - 10 - 45$$

$$-30x = -37 \rightarrow x = \frac{-37}{-30} = +\frac{37}{30}$$

دو نکته در این مثال است که باید به آن خیلی دقت کنید.

۱: زمانی که می خواهید ضرب $15(2x-3)$ را انجام دهید.

۲: در این معادله هر دو عدد 10 و 45 به طرف راست تساوی جا به جا می شوند پس هر دو قرینه می شوند.

تمرین (۵):

معادله های زیر را حل کنید.

$$\frac{x+1}{2} = \frac{x+2}{3}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3x-1}{5} = 1$$

فعالیت :

یکی از روش های حل مسئله استفاده از معادله است. اصلی ترین بخش در این روش، تبدیل مسئله به معادله است. به مسئله زیر دقت کنید.

«حاصل جمع پنج عدد طبیعی متوالی ۶۵ شده است. کوچکترین عدد کدام است؟»

می دانیم که اعداد متوالی پشت سر هم هستند و یک واحد اختلاف دارند. پس اگر عدد اول را x در نظر بگیرم عدد دومی $x+1$ است و عدد سومی $x+2 = (x+1)+1$ و عدد چهارمی $x+3 = (x+2)+1$ و در نهایت عدد پنجمی $x+4 = (x+3)+1$ است. حال می توانیم معادله این مسئله را بنویسیم و آن را حل کنیم.

$$x + x + 1 + x + 2 + x + 3 + x + 4 = 65$$

$$5x + 10 = 65$$

$$5x = 65 - 10$$

$$5x = 55 \rightarrow x = \frac{55}{5} = 11$$

کوچکترین عدد ۱۱ است.

تمرین (۶):

برای مسئله زیر معادله بنویسید و آن را حل کنید.

«از هفت برابر عددی سه واحد کم کردین، حاصل ۶۰ شد، آن عدد چند است؟»

تمرین (۱):

آیا $x = 5$ جواب معادله $-3x - 7 = 8$ است؟ چرا؟

خیر، زیرا $-3x - 7 \rightarrow -3 \times 5 - 7 = -15 - 7 = -22$ ، $-22 \neq 8$

تمرین (۲):

معادلات زیر را حل کنید.

$$3x + 5 = 17$$

$$3x = 17 - 5$$

$$3x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{3} = 4$$

$$7x + 2 = -40$$

$$7x = -40 - 2$$

$$7x = -42 \rightarrow x = \frac{-42}{7} = -6$$

$$7x - 3 = 10x + 12$$

$$7x - 10x = 12 + 3$$

$$-3x = 15 \rightarrow x = \frac{15}{-3} = -5$$

تمرین (۳):

معادلات زیر را حل کنید.

$$3(x - 1) = 2(x + 2)$$

$$3x - 3 = 2x + 4$$

$$3x - 2x = +4 + 3$$

$$1x = 7 \rightarrow x = 7$$

$$5(3x + 1) = 20x + 25$$

$$15x + 5 = 20x + 25$$

$$15x - 20x = +25 - 5$$

$$-5x = +20 \rightarrow x = \frac{+20}{-5} = -4$$

تمرین (۴):

معادلات زیر را حل کنید. (انتخاب نوع روش آزاد است.)

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \quad \times 6 \quad (\cancel{6^2} \times \frac{2}{\cancel{3^1}} = 4, \quad \cancel{6^3} \times \frac{1}{\cancel{2^1}} = 3, \quad \cancel{6^1} \times \frac{1}{\cancel{6^1}} = 1)$$

$$4x - 3 = 1$$

$$4x = 1 + 3$$

$$4x = 4 \rightarrow x = \frac{4}{4} = 1$$

$$\frac{3}{5}x - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \quad \times 20 \quad (\cancel{20^4} \times \frac{3}{\cancel{5^1}} = 12, \quad \cancel{20^1} \times \frac{1}{\cancel{2^1}} = 10, \quad \cancel{20^5} \times \frac{3}{\cancel{4^1}} = 15)$$

$$12x - 10 = 15$$

$$12x = 15 + 10$$

$$12x = 25 \rightarrow x = \frac{25}{12}$$

$$x + \frac{1}{3} = \frac{2}{5} \quad \times 15 \quad (15 \times 1 = 15, \quad \cancel{15^5} \times \frac{1}{\cancel{3^1}} = 5, \quad \cancel{15^3} \times \frac{2}{\cancel{5^1}} = 6)$$

$$15x + 5 = 6$$

$$15x = 6 - 5$$

$$15x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{15}$$

اگر از روش دیگر حل کرده اید و جواب ها یکسان است. درست است.

تمرین (۵):

معادله های زیر را حل کنید.

$$\frac{x+1}{2} = \frac{x+2}{3} \Rightarrow \frac{1}{2}(x+1) = \frac{1}{3}(x+2)$$

$$\frac{1}{2}(x+1) = \frac{1}{3}(x+2) \quad \times 6 \quad (\cancel{6^3} \times \frac{1}{\cancel{2^1}} = 3, \quad \cancel{6^2} \times \frac{1}{\cancel{3^1}} = 2)$$

$$3(x+1) = 2(x+2)$$

$$3x + 3 = 2x + 4$$

$$3x - 2x = +4 - 3$$

$$1x = 1 \rightarrow x = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3x-1}{5} = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{5}(3x-1) = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5}(3x-1) = 1 \quad \times 10 \quad (\cancel{10^5} \times \frac{1}{\cancel{2^1}} = 5, \quad \cancel{10^2} \times \frac{1}{\cancel{5^1}} = 2, \quad 10 \times 1 = 10)$$

$$5 + 2(3x-1) = 10$$

$$5 + 6x - 2 = 10$$

$$6x = 10 - 5 + 2$$

$$6x = 7 \rightarrow x = \frac{7}{6}$$

تمرین (۶): برای مسئله زیر معادله بنویسید و آن را حل کنید.

« از هفت برابر عددی سه واحد کم کردین، حاصل ۶۰ شد، آن عدد چند است؟ »

$$7x - 3 = 60$$

$$7x = 60 + 3$$

$$7x = 63 \rightarrow x = \frac{63}{7} = 9$$